This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

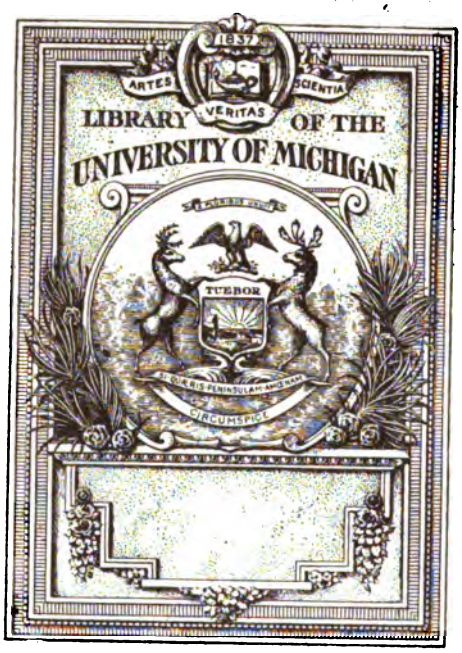
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

QA
22
.H936
B 491580

Runge, Die arithmetische Terminologie der griech



Digitized by Google

Mathematics
QA
22
.H936

Digitized by Google

Digitized by Google

Einladungsschrift

des

Herzogl. Gymnasiums

in

Hildburghausen

zur

Anhörung der öffentlichen Prüfung der Schüler

am 26. März, Vormittags von 8—12 und Nachmittags von 2—5 Uhr

und des Redeactus

am 28. März, Vormittags von 10 Uhr an.

Inhalt:

I. Die arithmetische Terminologie der Griechen, als Kriterium für das System der griechischen Arithmetik, von Professor Dr. K. G. Hunger.
II. Schulnachrichten, vom Director.

Hildburghausen.
Druck von F. W. Gadow & Sohn.
1874.

Digitized by Google

Digitized by Google

Die arithmetische Terminologie der Griechen als Kriterium für das System der griechischen Arithmetik.

Vorbemerkung.

Bei dem großen Umfange, zu welchem die mathematischen Wissenschaften im Laufe der Zeit sich erweitert, bei der großen Anzahl ganz neuer Gebiete, welche seit Leibnitz und Newton in ihrem Bereiche dem Forscher sich erschlossen haben, bei der Mannichfaltigkeit der Methoden, welche zur Erkenntniß der mathematischen Wahrheiten heutigen Tages in Anwendung kommen, darf es nicht Wunder nehmen, wenn Diejenigen, welche dem Studium der Mathematik sich widmen, im Allgemeinen weniger dem allmählichen Hervorwachsen derselben aus ihren Uranfängen bis zu ihrer heutigen Ausdehnung nachzugehen geneigt sind, als vielmehr ihr Gesammtgebiet in seiner jetzigen Gestaltung als gegebene Größe hinnehmen, da sie vollauf zu thun haben, um auf demselben heimisch zu werden und mit den beständigen Fortschritten in jeder Richtung sich auf dem Laufenden zu erhalten. Es mag ja auch Manchem überflüssig erscheinen, sich in die alten Behandlungsweisen hineinzuleben, um auf vielfach verschlungenen Pfaden kaum Resultate zu erreichen, wie er sie, mit den mächtigen Hülfsmitteln der neueren Analysis ausgerüstet, auf kürzestem Wege in überraschendster Weise und schärfster Form zu erlangen gewohnt ist. Gleichwohl ist es nicht nur für den Mathematiker von Fach zur Orientirung ersprießlich und seiner Lehrthätigkeit förderlich, sondern auch für jeden Freund der Wissenschaft im höchsten Grade interessant, die geschichtliche Entwickelung der Mathematik zu verfolgen, sie in ihrem Zusammenhange mit dem gesammten Kulturleben der Völker aufzufassen und hieraus sowohl die Ausbildung, welche sie je nach den gegebenen Bedingungen nach verschiedenen Seiten gefunden, als auch die Wechselwirkung, welche sie ihrerseits auf den jeweiligen Kulturzustand ausgeübt hat, zu erklären.

Es ist daher eine erfreuliche Erscheinung, daß nach längerer Pause, in welcher den Mathematikern das Interesse für historische Forschungen auf dem Gebiete ihrer Wissenschaft

Digitized by Google

fast abhanden gekommen zu sein schien, in den letzten Jahrzehnten denselben wieder eine regere Theilnahme sich zugewendet hat und daß wenigstens bei wichtigeren Gegenständen historische Notizen auch in mehrere unserer besten mathematischen Lehrbücher, wie die von J. H. T. Müller, von Heis u. Eschweiler, in die treffliche Aufgabensammlung von Heis und die Erläuterungsschriften zu derselben von Matthiessen Eingang gefunden haben.

Bei dieser Wiederaufnahme historisch mathematischer Studien hat sich aber auch ein bemerkenswerther Fortschritt in der Behandlung gezeigt. Bestand früher die Geschichte der Mathematik, wie die Werke von Ramus[1]), Blancanus[2]), Heilbronner[3]), Frobesius[4]), Kästner[5]) und auch noch das in mancher Beziehung hervorragende Werk von Montucla[6]) beweisen (vergl. die ausführlichen literarischen Angaben im ersten Kapitel von Nesselmanns Algebra der Griechen), mit geringen Ausnahmen fast nur in einer mehr oder weniger gründlichen Darstellung des Thatsächlichen auf diesem Gebiete, in einer chronologischen Aufzählung der nach und nach gefundenen Sätze in Verbindung mit den ihre Auffindung begleitenden Umständen und biographischen Notizen über die dabei in Frage kommenden Persönlichkeiten, so hat jetzt die historische Beleuchtung den höheren Standpunkt eingenommen, der bereits oben bezeichnet worden ist und auf den sich wohl zuerst Libri gestellt hat, insofern er in seiner Geschichte der mathematischen Wissenschaften in Italien[7]) alle wichtigen Erscheinungen auf dem Gebiete des geistigen Lebens damit in Verbindung bringt. In Deutschland aber ist für die Betrachtung der Mathematik als einer speciellen Manifestation des philosophischen Geistes, welche allein das Verfolgen ihrer geschichtlichen Entwickelung fruchtbar machen und ihre Wichtigkeit im Kulturleben der Völker überzeugend nachweisen kann, wohl vorzugsweise Röths[7]) Geschichte der Philosophie maßgebend gewesen, und neuere Bearbeiter der Geschichte der Mathematik, unter denen hier Arneth[8]) und Cantor[9]) genannt werden mögen, haben denselben ohne Zweifel allein richtigen Standpunkt eingenommen.

Unstreitig hat die Erneuerung der Forschungen nach dem Quellengebiete der Mathematik und nach den Bedingungen ihrer Ausbildung einen bedeutenden Anstoß durch die erweiterte

---

[1]) P. Rami prooemium mathematicum in tres libros distributum. Par. 1567.

[2]) Aristotelis loca mathematica cet. Accessere de natura mathematicarum scientiarum tractatio atque clarorum mathematicorum chronologia. Auctore J. Blancano, Bonn 1615.

[3]) J. C. Heilbronner, historia matheseos universae a mundo condito ad saeculum p. C. n. XVI. cet. Leipzig 1741.

[4]) J. N. Frobesii historica et dogmatica ad mathesin introductio. Helmst. 1750.

[5]) A. G. Kästner, Geschichte der Mathematik seit Wiederherstellung der Wissenschaften bis an das Ende des 18. Jahrhunderts, 4 Bde. 1796—1800.

[6]) Montucla, histoire des mathématiques, 2 Bde. Par. 1758; neue Ausg. in 4 Bden., Par. 1799; vom 3. Bande an von Lalande fortgesetzt.

[7]) Libri-Carracci della Sommaïa, histoire des sciences mathématiques en Italie depuis la renaissance des lettres jusqu' à la fin du XVIIième siècle, Par. 1838—41. 4 Bde. — b) E. Röth, Gesch. unserer abendländischen Philosophie. 2. Aufl. Heidelb. 1862.

[8]) Arneth, Geschichte der reinen Mathematik in ihrer Beziehung zur Geschichte der Entwickelung des menschlichen Geistes, Stuttg. 1852.

[9]) Cantor, mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker. Halle 1863.

Digitized by Google

Kenntniß erhalten, welche die neuere Zeit von dem Geistesleben der asiatischen Kulturvölker uns gebracht hat, indem auf den früher theils weniger beachtet, theils gänzlich verschlossen gebliebenen Gebieten der chinesischen, indischen, persischen, arabischen Literatur auch eine bedeutende Fundgrube für die Beurtheilung des mathematischen Wissens der Asiaten eröffnet worden ist. Wir sind dadurch in den Stand gesetzt worden, die Entwickelung der modernen Mathematik auch für den arithmetischen Theil, der sich nicht, wie der geometrische, durchweg in unmittelbarer Tradition an das Griechenthum anschließt, auf ihren Ursprung zurück zu verfolgen und haben namentlich die Berücksichtigung des Positionswerthes, die den eigentlichen Kern unseres Zahlensystems bildet, sowie unsere algebraischen Methoden bei den Indern gefunden, von welchen sie durch die Araber uns überliefert worden sind. Sind wir also in dieser Beziehung unabhängig von den Griechen, so sind wir es doch nicht auf dem Gebiete der Zahlentheorie und, wie schon bemerkt, noch weniger auf dem der Geometrie; denn hier ist bis in die neueste Zeit Euklid unser Lehrmeister gewesen und ist es zum Theil noch da, wo man es (wie größtentheils in England) pädagogisch für vortheilhafter hält, unsere Jugend ganz auf demselben Wege zur Erkenntniß der mathematischen Wahrheiten zu führen, welchen vor mehr als 2000 Jahren die Griechen gewandelt sind.

Unter diesen Umständen ist es begreiflich, daß sich die historischen Forschungen, wie die von Hoffmann[10]), Dilling[11]), Finger[12]), Bretschneider[13]), doch immer mit Vorliebe der griechischen Geometrie zuwenden und die Anfänge derselben aufzusuchen bemüht sind. Hier ist nun allerdings der Vermuthung ein weiter Spielraum geöffnet, denn in dem ältesten uns erhaltenen mathematischen Werke der Griechen, den Elementen des Euklid, tritt uns gleich ein ausgebildetes Lehrgebäude der niedern Geometrie entgegen, welches die ähnlichen Arbeiten seiner Vorgänger, wie Hippokrates von Chios, Theudius von Magnesia, Hermotius von Kolophon, in Vergessenheit gebracht hat, so daß uns nur spärliche Notizen zum Theil sagenhafter Natur über die voreuklidische Zeit zugekommen sind.[14]) Soviel dürfte indeß doch mit ziemlicher Evidenz nachzuweisen sein, daß wir die mathematische Wissenschaft nicht, wie es im Anschluß an Montucla (s. oben Anm. 6) noch in neuerer Zeit von Chasles[15]) geschehen ist, als ein ureignes Erzeugniß des griechischen Geistes anzusehen haben,

---

[10]) J. J. Hoffmann, die Mathematik der Griechen, Mainz 1817.
[11]) C. A. Dilling, de graecis mathematicis, Berl. 1831.
[12]) J. A. Finger, de primordiis geometriae apud Graecos, Heidelb. 1831.
[13]) C. A. Bretschneider, Beiträge zur Geschichte der griechischen Geometrie. Gotha 1869. Progr. des Gymn. zu Gotha. Die ausführliche Geschichte der griechischen Geometrie und Geometer vor Euklid, welche in dieser Abhandlung vom Verfasser in Aussicht gestellt wird, ist in Leipzig 1870 bei Teubner erschienen.
[14]) Wichtig für die Geschichte der griechischen Mathematik sind für uns vorzugsweise außer den von Proklus in seinem Commentar zu Euklid gegebenen Mittheilungen die μαθηματικαὶ συναγωγαί des Pappus, von denen eine griechische Gesammtausgabe immer noch fehlt.
[15]) Chasles, Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géometrie, Brüssel, 1837.

Digitized by Google

sondern daß die ersten Anfänge derselben auf das älteste Kulturvolk, die Aegypter, zurückzuführen sind.

Indessen auch die griechische Arithmetik verdient unsere volle Beachtung, gerade wegen der Abweichung ihrer Principien und Wege von unseren Grundsätzen und Methoden und wegen der sinnreichen Weise, in welcher die Griechen die abstracten Combinationen des Rechnens durch die concreten Anschauungen der Construction zu ersetzen bemüht gewesen sind. In der That hat die griechische Arithmetik nicht nur in den allgemeinen Darstellungen der Geschichte der Mathematik ihre Berücksichtigung gefunden, sondern ist auch Gegenstand specieller Untersuchungen gewesen. Dahin gehört zunächst die Arbeit Friedrichs von Drieberg[16]), welche bei kritikloser, die chronologische Entwickelung nicht berücksichtigender Benutzung des Materials kein klares Bild von der griechischen Arithmetik zu geben vermag und dabei ohne richtige Würdigung der neueren Methoden dieselben den griechischen Vorstellungen gegenüber als fehlerhaft nachzuweisen sucht; sodann aber die vortreffliche, auf gründlichstem Quellenstudium beruhende Geschichte der Algebra von Nesselmann[17]), in welcher für die Feststellung des arithmetischen Systemes der Griechen eine äußerst schätzenswerthe Grundlage gegeben ist. Zum weiteren Ausbau aber würde unzweifelhaft eine mit möglichster Vollständigkeit aus den uns erhaltenen ganzen Schriften wie einzelnen Stellen arithmetischen Inhalts zusammengestellte, nach einem wissenschaftlichen Plane und mit kritischer Sichtung geordnete, die Zeitfolge der Schriftsteller berücksichtigende Terminologie ein sehr werthvolles Material liefern. Würde eine solche Arbeit das ganze Gebiet der griechischen Mathematik umfassen, so würde sie nicht nur den Mathematiker von Fach in den Stand setzen, aus der plastischen, den Mangel unserer heutigen Symbolik vielfach mit Glück, wenn schon nicht ohne Weitläufigkeit, ersetzenden Kunstsprache die zu Grunde liegenden Anschauungen und Schlußfolgerungen wieder zu erkennen, sondern auch für Denjenigen werthvoll sein, der die alten Philosophen aus den Quellen studiren und den Spekulationen derselben im Gebiete der Zahlen- und Körperlehre nachgehen will; auch für die Lexikographie dürfte sich noch manche Ergänzung, Erweiterung und Klarstellung der Begriffe in dem Gesammtbereiche des griechischen Wortschatzes ergeben.

Von diesen Erwägungen geleitet, hatte bereits vor Jahren mein verehrter Lehrer und Freund, der als Oberschulrath und Director des Realgymnasiums zu Wiesbaden verstorbene J. H. T. Müller, die Kunstausdrücke aus den bedeutenderen geometrischen Werken der Griechen gesammelt und dieselben theilweise bei der Abfassung der geometrischen Theile seines vorzüglichen, eine reiche Fundgrube mathematischen Wissens darbietenden Lehrbuches der Mathematik[18]) verwerthet, später aber auch, auf einen kleineren Kreis sich beschränkend, die

---

16) Fr. v. Drieberg, die Arithmetik der Griechen, 2 Bde., Leipzig 1819—20.

17) G. H. F. Nesselmann, Versuch einer kritischen Geschichte der Algebra. 1. Theil, Berl. 1842; auch unter dem besondern Titel: Die Algebra der Griechen.

18) J. H. T. Müller, Lehrbuch der Mathematik; 1. Theil, die Arithmetik enthaltend, Halle 1838, davon die 1. Abtheilung in zweiter gänzlich umgearbeiteter Auflage, ebend. 1855; 2. Theil, in drei Abtheilungen die gesammte Geometrie umfassend, ebend. 1844—52.

Digitized by Google

auf Kugel, Kegel, Cylinder, paraboliſches und hyperboliſches Konoid, ſowie die Sphäroide bezügliche Terminologie mit den Belegſtellen aus Euklids Elementen, der Sphärik des Theodoſius, den uns aufbewahrten Schriften des Archimedes und den Kegelſchnitten des Apollonius nach den eben ausgeſprochenen Grundſätzen zuſammengeſtellt und zuerſt in einem Programm des wiesbadener Realgymnaſiums, ſpäter in einer beſonderen kleinen Schrift[19]) veröffentlicht. Eine vollſtändige Darſtellung der geometriſchen Kunſtſprache der Griechen würde demnach nicht nur eine weitere Ausbeutung der genannten Schriftſteller, ſondern auch noch eine bedeutende Nachleſe aus der übrigen geometriſchen Literatur erforderlich machen. Mir ſcheint aber, wenn man von einer ſo umfangreichen, auf die geſammte mathematiſche Terminologie der Griechen mit Einſchluß der allgemeinen philoſophiſchen Begriffsbeſtimmungen, deren die Mathematik nicht entbehren kann, ſich ausdehnenden Arbeit zunächſt abſehen will, eine Zuſammenſtellung der arithmetiſchen Terminologie als Baſis für die Erkenntniß des arithmetiſchen Syſtems der Griechen ungleich nothwendiger, da uns in der geſammten arithmetiſchen Literatur derſelben kein Lehrbuch aufbewahrt worden iſt, welches für dieſen Theil der Mathematik uns dieſelben Dienſte leiſten könnte, wie Euklids Elemente für die Geometrie.

Beiträge zur arithmetiſchen Terminologie aber liefern in erſter Linie die auf uns gekommenen Werke von ausſchließlich oder vorwiegend arithmetiſchem Inhalte. Dahin gehören:

1. *Εὐκλείδου στοιχείων*[20]) libb. VII.—IX. Es ſind dies die ſogenannten arithmetiſchen Bücher des Euklid, welche für den genannten Zweck vorzugsweiſe reiche Ausbeute gewähren; doch ſind auch libb. II. u. X. heranzuziehen, die einen theilweiſe arithmetiſchen Inhalt in geometriſcher Form behandeln. Vergl. Nr. 8.

2. *Νικομάχου Γερασηνοῦ ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή.* Von dieſem im Alterthum bei Griechen und Römern hochberühmten und vielfach commentirten Buche hat in neuerer Zeit R. Hoche zuerſt in einzelnen Programmen, ſodann im Ganzen auch in der Teubnerſchen Bibliothek eine Ausgabe[21]) beſorgt, welche durch kritiſche Sichtung des Materials und Sicherſtellung des Textes die den Theologumena angehängte Ausgabe unſeres Schriftſtellers von Aſt (ſ. Nr. 3) bei Weitem übertrifft und durch einen äußerſt reichhaltigen Index die Zuſammenſtellung einer arithmetiſchen Terminologie weſentlich unterſtützt. Derſelbe Gelehrte hat auch in zwei Gelegenheitsſchriften die ebenfalls für die Zwecke der Terminologie nicht unwichtigen Scholien des alexandriniſchen Grammatikers Joannes mit großer Sorgfalt herausgegeben.[22])

---

[19]) Derſelbe, Beiträge zur Terminologie der griechiſchen Mathematiker, Leipz. 1860.

[20]) Beſte Ausgabe des vollſtändigen Euklid v. Auguſt, 2 Bde., Berl. 1826 u. 1829; beſte Ueberſetzung v. J. F. Lorenz, in 6. Aufl. v. M. C. Dippe, Halle 1840.

[21]) *Νικομάχου Γερασηνοῦ πυθαγορικοῦ ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή.* Nicomachi Geraseni Pythogorei introductionis arithmeticae libri II. Recensuit R. Hoche, Leipz. 1866.

[22]) *Ἰωάννου γραμματικοῦ τοῦ Φιλοπόνου εἰς τὸ πρῶτον τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς*, primum edidit R. Hoche, Leipz. 1864; desſelben *εἰς τὸ δεύτερον*, pr. ed. R. Hoche, Berl. 1867.

Digitized by Google

3. *Θεολογούμενα ἀριθμητικῆς.*[23]) Dieſes Werk, eine Compilation aus verſchiedenen Neuplatonikern, häufig dem Nikomachus, aber mit Unrecht, beigelegt, auch als 7. Buch des unter Nr. 5 genannten Werkes von Jamblichus bezeichnet, enthält zwar nur in großer Breite vorgetragene philoſophiſche Speculationen über die Natur der *μονάς*, *δυάς* u. ſ. w. bis *δεκάς*, liefert aber doch manche Ausbeute für die Terminologie.

4. *Θέωνος Σμυρναίου τὰ κατὰ μαθηματικὴν χρήσιμα εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν*, wovon nur die auf Arithmetik, Muſik und Aſtronomie bezüglichen Theile erhalten und herausgegeben ſind.[24])

5. *Ἰαμβλίχου περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰς αγωγῆς.* Dieſer Commentar zu Nikomachus bildet das 4. Buch eines nicht mehr vollſtändig vorhandenen Werkes in 10 Büchern *περὶ τῆς Πυθαγορείων αἱρέσεως*,[25]) zu welchem, wie oben bemerkt, früher die Theologumena als 7. Buch gerechnet wurden.

6. *Διοφάντου Ἀλεξανδρέως ἀριθμητικά*, urſprünglich 13 Bücher, wovon nur die 6 erſten in veränderter Geſtalt erhalten ſind, und *περὶ πολυγόνων ἀριθμῶν.*[26]) Den bisher genannten arithmetiſchen Schriften, welche von Euklid bis Diophant über einen Zeitraum von etwa 700—800 Jahren ſich erſtrecken, dürften, um die ſpäteren Zeiten nicht unberückſichtigt zu laſſen, etwa noch beizufügen ſein:

7. *Μάξιμος Πλανούδης*, im 14. Jahrhundert n. Chr., von welchem wir zum 1. und 2. Buche des Diophant Scholien und eine *Ψηφοφορία κατ' Ἰνδοὺς ἡ λεγομένη μεγάλη*[27]) haben und

8. *Βαρλάαμ* (ein Mönch des 14. Jahrhunderts), welcher außer anderen Werken ebenfalls ein Rechenbuch verfaßt und außerdem unter dem Titel: *Ἀριθμητικὴ ἀπόδειξις τῶν γραμμικῶς ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀποδειχθέντων*[28]) eine arithmetiſche Tranſcription der im 2. Buche des Euklid in geometriſchem Gewande gegebenen zehn erſten Sätze geliefert hat.

Hierzu kommen noch zahlreiche Stellen nicht nur in den geometriſchen Schriften

---

[23]) Theologumena Arithmeticae ad rarissimum exemplum parisiense emendatius descripta. Accedit Nicomachi Geraseni institutio arithmetica. Ed. Ast, Leipz. 1817.

[24]) Die auf Arithmetik und Muſik bezüglichen Theile ſind herausgegeben von Bullialdus, Par. 1644, der arithmetiſche allein von J. de Gelder, Leyden 1827.

[25]) Eine Geſammtausgabe des Jamblichus fehlt noch; den Commentar zu Nikomachus hat Tennullius, Amſt. 1668 herausgegeben.

[26]) Ausgabe v. Bachetus, Par. 1621 und P. de Fermati, Toulouſe 1670; in neuerer Zeit iſt dieſer für die griechiſche Arithmetik ſo wichtige Schriftſteller nicht wieder herausgegeben worden; verdienſtvoll aber iſt die mit Anmerkungen ausgeſtattete deutſche Ueberſetzung von Otto Schulze, Berl. 1822.

[27]) Herausgegeben von C. J. Gerhardt, Halle 1865.

[28]) Mit dem zweiten Buch der Elemente des Euklid zugleich herausgegeben von Conrad Daſypodius, 1564. Das Rechenbuch iſt früher mehrfach griechiſch und lateiniſch herausgegeben worden: *Λογιστικῆς* sive Arithmeticae algebraicae libri VI. graece et latine ex interpretatione et cum scholiis S. Chamberi, Par. 1594, 1599 u. 1606.

Digitized by Google

(namentlich mehrerer Commentatoren, wie des Proklus und des Alexandriners Theon zu Euklid, des Eutokius zu Archimedes und Apollonius, des Pappus und desselben Theon zu Ptolemäus), sondern auch in den älteren philosophischen Schriften und den späteren Sammelwerken.

Für die gegenwärtige Abhandlung auf einen engen Raum beschränkt, habe ich auf Grund meiner Sammlungen, welche auf Euklid, Nikomachus, die Theologumena und Diophant sich erstrecken, (gelegentliche Anführungen aus andern Schriftstellern, die mir bisher nicht zugänglich waren, verdanke ich vorzugsweise Nesselmanns oben angeführtem Buche) nur einige wichtigere Artikel in etwas weiterer Ausführung bearbeitet.

I. Allgemeine Größenbezeichnungen.

Als Ausdruck für Größe im allgemeinsten Sinne dient in der Regel das Neutrum des Artikels, wie Eucl. lib. I. comm. sent. 1: *τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα*, namentlich in Gegensätzen *τὸ μέν — τὸ δέ*; dagegen wird speciell die stetige Größe (*συνεχές*)[29]), die den Gegenstand der Geometrie bildet, *μέγεθος*, die discrete (*διωρισμένον*), welche Gegenstand der Arithmetik ist, *πλῆθος* genannt. An beiden Begriffen haftet nach Nic. intr. I., 2, 5 der des Unbegrenzten (*πᾶν πλῆθος καὶ μέγεθος ἄπειρα αὐτῶν φύσει ἐξ ἀνάγκης ἐστί· τὸ μὲν γὰρ πλῆθος ἀπὸ ὡρισμένης ῥίζης ἀρξάμενον οὐ παύεται προκόπτον, τὸ δὲ μέγεθος ἀπό ὡρισμένης ὁλότητος διαιρούμενον οὐδαμῆ δύναται παύειν τὴν τομήν, ἀλλ' ἐπ' ἄπειρον διὰ ταῦτα προχωρεῖ*), daher sie nicht an sich Gegenstand einer Wissenschaft sein können, sondern nur insofern, als vom Begriffe *πλῆθος* das *ποσόν*, vom Begriff *μέγεθος* das *πηλίκον* abgesondert wird (*φαίνεται, ὅτι οὔτε περὶ ἁπλῶς μέγεθος, οὔτε περὶ ἁπλῶς πλῆθος συσταίη ἄν ποτε ἐπιστήμη, ἀλλὰ περί τι ἀπ' ἀμφοῖν ἀφωρισμένον, ἀπὸ μὲν πλήθους περὶ τὸ ποσόν, ἀπὸ δὲ μεγέθους περὶ τὸ πηλίκον*). Aus diesem Grunde sind *τὸ ποσόν* und *τὸ πηλίκον* die gewöhnlichen Ausdrücke für discrete und stetige Größen. Aber auch die Abstracta *ποσότης* und *πηλικότης* werden in diesem Sinne gebraucht, z. B. Nic. intr. I., 7, 3: *μέγιστα μὲν πηλικότητι, ἐλάχιστα δὲ ποσότητι*, wie überhaupt die Ableitungen auf *οτης* in den Bezeichnungen allgemeiner Größenbeziehungen eine hervorragende Rolle spielen; so *ποιότης*, welches öfter der *ποσότης* gegenüber steht, wie

[29]) In dem allgemeineren Sinne von „anstoßend, zusammenhängend" findet sich *συνεχής* auch auf *ἀριθμός* bezogen, wie Nic. II, 8, 2 u. öfter.

Digitized by Google

Nic. intr. II., 20, 3; ferner die vielfach vorkommenden Gegensätze von *ἑτερότης* und *ταυτότης*, *ἰδιότης* und *ἀλλοιότης*, *ἰσότης* und *ἀνισότης*, *ὁμοιότης* und *ἀνομοιότης*, *μακρότης* und *μικρότης*, *ἀκρότης* und *μεσότης* (wie Nic. intr. I., 8, 3; letzteres auch in speciellem Sinn für Proportion, s. unten Abschn. IV.); ebenso das in der oben angeführten Stelle vorkommende *ὁλότης* u. a. m.

Die der Größenvergleichung angehörenden Ausdrücke: *σύμμετρος*, commensurabel, *ἀσύμμετρος*, incommensurabel, (Eucl. elem. def. 1 u. 2, *σύμμετρα μεγέθη λέγεται τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα, ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι*), sowie die daran sich anschließenden *ῥητός*, rational, und *ἄλογος*, irrational, (ibid., def. 6 u. 7) werden von Euklid nur auf stetige, also geometrische Größen bezogen, insofern er in seinem zehnten Buche die Lehre von den Rational- und Irrationalgrößen in ganz geometrischer Darstellungsweise abhandelt, bei den Arithmetikern werden sie aber auch auf die discreten Größen übertragen, z. B. *σύμμετρος ποσότης*, Nic. intr. II., 3, 2, *ῥητὸς ἀριθμός* Dioph. ar. VI., 9 u. dergl. m.

II. *Ἀριθμητική. Λογιστική.*

Unsere heutige Arithmetik hat es nach Feststellung des Begriffes, wie natürlich, zunächst mit den Zahlen an sich, d. h. mit der Betrachtung ihrer Natur und der daraus sich ergebenden gegenseitigen Beziehungen, sodann aber mit der Verbindung derselben unter einander zu thun. In letzterer Hinsicht sucht sie einerseits die allgemeinen Gesetze zu erkennen, nach welchen durch Verbindung der nämlichen Zahlen entstandene Ausdrücke verschiedener Form den nämlichen Werth haben, andererseits beschäftigt sie sich mit den Methoden zur Ermittelung der Abhängigkeit, in welchen unter sich verbundene Zahlen zu einander stehen müssen, wenn an und für sich nicht gleichwerthige Ausdrücke gleichen Werth erhalten sollen. Man kann diese beiden Seiten am zweckmäßigsten als die Lehre von den Gleichheiten und die Lehre von den Gleichungen unterscheiden. In der Regel nennt man aber die Gleichheiten analytische Gleichungen, d. h. solche, welche die Behauptung enthalten, daß zwei Größen einander gleich sind, also stets ein arithmetisches Gesetz aussprechen, und stellt ihnen die synthetischen Gleichungen gegenüber, welche die Forderung enthalten, daß zwei Größen einander gleich sein sollen, also stets die Ermittelung der vorhin bezeichneten Abhängigkeit nothwendig machen, durch welche die gestellte Forderung erfüllt wird. Aus diesen Betrachtungen ergiebt sich eine Gliederung unserer gesammten Arithmetik in drei Theile:

Digitized by Google

1) Zahlentheorie, die Lehre von der Natur der Zahlen;
2) Arithmetik im engeren Sinne, die Lehre von den Gleichheiten;
3) Algebra[30]), die Lehre von den Gleichungen.

Die in allen drei Theilen[31]) entwickelten und als allgemein gültig nachgewiesenen Gesetze und Methoden wendet sodann die praktische Rechenkunst auf bestimmte Zahlen einerseits in abstracter Auffassung, andererseits in ihren concreten Beziehungen auf den verschiedensten Gebieten an. Zur Erlangung einer wissenschaftlichen Grundlage für ein systematisches Rechnen ist aber ein tiefes Eingehen in die Natur und die Eigenschaften der Zahlen bei Weitem weniger wesentlich, als die Erkenntniß der Gesetze ihrer Verbindungen. Daher spielt denn auch in unserer Arithmetik die Zahlentheorie keine bedeutende Rolle mehr; wir beschränken uns in der Regel auf dasjenige, was für die Lehre vom Maße der Zahlen uud die darauf sich gründenden Kennzeichen ihrer Theilbarkeit, für die Kettenbrüche, die unbestimmte Analytik und die Lösung höherer numerischer Gleichungen erforderlich ist.

Anders bei den Griechen.

Pythagoras, auf den mit Recht die Einführung des mathematischen Studiums in Griechenland zurückgeführt wird, hatte auf die Erkenntniß der Natur der Zahl ein besonderes Gewicht gelegt; in der weiteren Entwickelung seiner Philosophie galt dieselbe daher für das Wesen aller Dinge und die Einrichtung des All war ein harmonisches System von Zahlen und deren Verhältnissen; seine Anhänger suchten in den Zahlen geheime Beziehungen zur Weltbildung und Weltordnung und vertieften sich fast ausschließlich in die Auffuchung ihrer wundervollen Eigenschaften und Beziehungen; die Bedeutung derselben für die Wissenschaft und das Leben, die ja hauptsächlich in dem Mechanismus der Operationen liegt, verloren sie

---

30) Die eigentliche Bedeutung dieses aus dem Arabischen stammenden Wortes hat Nesselmann als gründlicher Kenner des Arabischen in dem oben angeführten Buche S. 44 fg. ausführlich erörtert. Der ursprüngliche Name Aljebr w'almukâbalah (j = dem engl. j zu sprechen) ist eigentlich nur die Bezeichnung zweier bei den arabischen Mathematikern der eigentlichen Lösung einer Gleichung stets vorangeschickten Umformungsoperationen, von denen die erste die Wegschaffung negativer Glieder durch Transposition, die andere die Aufhebung auf beiden Seiten der Gleichung vorkommender homogener und gleicher Glieder zum Zwecke hatte, und kann durch „Herstellung und Entgegenstellung" wieder gegeben werden. Wie vielfach in anderen Fällen, ist auch hier ein hervortretendes Moment zur Bezeichnung der ganzen Wissenschaft verwendet worden, die bis gegen das Ende des 16. Jahrhunderts meist noch vollständig Algebra et Almucabala heißt, während späterhin der zweite Theil des Namens sich ganz verloren hat. Wenn trotz dieser klar nachweisbaren Ableitung früher so viele falsche Deutungen des Wortes Algebra im Umlauf waren, so liegt dies, wie Nesselmann richtig bemerkt, daran, daß meistens den Orientalisten die nöthige Sachkentniß, den Mathematikern die nöthige Sprachkenntniß gefehlt hat.

31) Eine Analogie zu dieser Dreitheilung bietet die Goniometrie, welche von der Betrachtung der Natur der Winkelfunctionen ausgeht, in der Entwickelung der bekannten goniometrischen Formeln die hierher gehörigen Gleichheiten behandelt und hierauf zur Lösung goniometrischer Gleichungen schreitet. Der wesentliche Unterschied liegt aber darin, daß die goniometrischen Gleichheiten aus den Untersuchungen über die Natur der Funktionen hervorgehen, die rein arithmetischen Gleichheiten dagegen die Zahlentheorie nicht zur Voraussetzung haben.

Digitized by Google

dabei ganz aus den Augen. Die *ἀριθμητική* der Griechen ist daher eine rein theoretische Wissenschaft, eine Zahlentheorie auf breitester Grundlage, welche nur von den Philosophen kultivirt und der praktischen Rechenkunst, der *λογιστική*, scharf entgegengestellt wurde. Dies beweisen zunächst die von den Alten selbst gegebenen Definitionen, Unterscheidungen und Eintheilungen. So stellt Plato im Phaedrus, p. 274, wo er die Erfindung der mathematischen Wissenschaften auf die Aegypter zurückführt, Zahlenlehre und Rechenkunst, Geometrie und Astronomie einander gegenüber, indem er sagt: *τοῦτον δὲ πρῶτον* (nämlich der Gott *Θεύθ*) *ἀριθμόν τε καὶ λογισμὸν εὑρεῖν καὶ γεωμετρίαν καὶ ἀστρονομίαν κ. τ. λ.*, und schon aus dieser Gegenüberstellung geht der Gegensatz von Theorie und Praxis im Begriffe von *ἀριθμός* und *λογισμός* (welche Bezeichnungen der behandelten Sachen hier die der behandelnden Wissenschaften vertreten) genügend hervor. Im Gorgias p. 451 werden die *ἀριθμητική* und *λογιστική* unter die Künste gezählt, welche ihren Zweck durch die Rede erreichen (*λόγῳ τὸ πᾶν κυρούμεναι τέχναι*); als ihren gemeinsamen Inhalt bezeichnet Plato die Kenntniß des Geraden und Ungeraden (*τὰ περὶ τὸ ἄρτιόν τε καὶ περιττόν, ὅσα ἂν ἑκάτερα τυγχάνῃ ὄντα*), den Unterschied dagegen stellt er dahin fest, daß die Logistik dabei die Hervorbringung von Quantitäten im Auge hat (*ὅτι καὶ πρὸς αὐτὰ καὶ πρὸς ἄλληλα πῶς ἔχει πλήθους ἐπισκοπεῖ τὸ περιττὸν καὶ τὸ ἄρτιον ἡ λογιστική*). Genauer als von Plato wird der Unterschied dieser Wissenschaften von Proklus in seinem Commentar zu Euklids Elementen (Ed. Bas. p. 11, 12) bei Gelegenheit einer von ihm gegebenen Eintheilung der Mathematik bestimmt. Er sagt, daß nach Einigen der eine Theil der Mathematik nur mit dem Intelligibeln (*περὶ τὰ νοητὰ μόνον*), der andere mit dem Sensibeln (*περὶ τὰ αἰσθητά*) sich beschäftigt (cf. Nicom. I., 2, 3), und stellt den Begriff des Intelligibeln dahin fest, daß es auf alle die Anschauungen sich beziehe, welche die Seele durch sich selbst erregt, indem sie von allem Materiellen abstrahirt (*νοητὰ δὲ ὅσα καθ' ἑαυτὴν ἡ ψυχὴ θεάματα ἀνακινεῖ χωρίζουσα τῶν ἐνύλων ἑαυτὴν εἰδῶν*). Darauf fährt er fort: *καὶ τῆς μὲν περὶ τὰ νοητὰ πραγματευομένης δύο τὰ πρώτιστα καὶ κυριώτατα μέρη τίθενται, ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίαν· τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ τὴν ἐνέργειαν ἐχούσης ἕξ, μηχανικήν, ἀστρολογίαν, ὀπτικήν, γεωδαισίαν, κανονικήν, λογιστικήν.* Wir haben hier also eine Eintheilung in reine und angewandte Mathematik, und unter den Theilen der letzteren insbesondere die *λογιστική* ebenso der *ἀριθμητική* gegenübergestellt, wie die *γεωδαισία* der *γεωμετρία*. Dies geschieht noch specieller im Folgenden, wo der Verfasser auf die Eintheilung der Geometrie in Planimetrie und Stereometrie zu sprechen kommt und demgemäß auch die Arithmetik in die Theorie von den Linien-, Flächen- und Körperzahlen eintheilt, sodann die Geodäsie und Logistik als die den genannten analogen Wissenschaften bezeichnet, welche sich nicht mit den intelligibeln, sondern den sensibeln Zahlen und Figuren beschäftigen. Insbesondere sagt er vom Logistiker, daß er die Eigenschaften der Zahlen nicht an sich, sondern in Bezug auf sinnliche Gegenstände betrachte, *ὅθεν καὶ τὴν ἐπωνυμίαν αὐτοῖς ἀπὸ τῶν μετρουμένων τίθεται, μηλίτας καλῶν*

Digitized by Google

τινας καὶ φιαλίτας[32]). Offenbar hat auf Grund dieſer Stelle Dricberg in ſeiner Arithmetik der Griechen, S. 27, die Arithmetik und Logiſtik ganz unzutreffend als die Lehre von den unbenannten und den benannten Zahlen unterſchieden. Wahr iſt es allerdings, daß die Arithmetik es nur mit unbenannten Zahlen zu thun hatte, eben weil ſie ſich nur mit der Betrachtung ihrer Natur und ihrer Eigenſchaften beſchäftigte, und daß die Logiſtik nur an benannten Zahlen ihre Kunſt übte, weil die Griechen bei ihrem mehr der concreten Anſchauung zugewandten Sinne noch nicht dazu gelangt waren, auch die Geſetze der Operationen allgemein an der abſtracten Zahl darzuſtellen. Das wahre Weſen beider Wiſſenſchaften wird aber durch dieſe Scheidung nicht ausgedrückt; wenigſtens würde dann eine Verſchiedenheit zwiſchen der griechiſchen und heutigen Arithmetik nicht zu conſtatiren ſein, denn auch wir haben es in der allgemeinen Arithmetik und Algebra nur mit abſtracten Zahlen zu thun.

Daß aber die griechiſche Arithmetik wenigſtens in der früheren Zeit in der That nur die Theorie der abſtracten Zahl iſt, das Operiren aber mit abſtracten Zahlen, was für uns die Hauptſache bildet, noch gar nicht kennt, das zeigt noch entſchiedener als die von den Alten ſelbſt gegebenen Eintheilungen und Definitionen[33]) der Inhalt der geſammten älteren arithmetiſchen Literatur bis auf Nikomachus und ſeine Erklärer herab; denn keine der auf uns gekommenen arithmetiſchen Schriften dieſer Periode geht über die Betrachtung der Zahlen an ſich und die Erforſchung der ihnen weſentlich anhaftenden Eigenſchaften hinaus; die ſpeculative Philoſophie betrachtete jedenfalls die Beſchäftigung mit den Zahlen als gegebenen Größen zu weiterer Verwendung als ihrer unwürdig und überließ dieſelbe den Rechenmeiſtern, unbekümmert darum, daß auch die den Operationen mit Zahlen zu Grunde liegenden Geſetze ein Ausfluß der allgemeinen Denkgeſetze ſind und darum ein nicht minder würdiger Gegenſtand philoſophiſcher Speculation ſein können, wie ſie es bei den Indern, einem allerdings mehr rechnenden Volke, ſchon früh geweſen ſind. Dieſe Anſchauung hat auch wohl zur

---

32) Die Bezeichnung Schaf- u. Schalzahlen (jedenfalls exiſtirten noch ähnliche Benennungen, vergl. ψαμμίτης) ſind von gewiſſen allgemein üblichen Aufgaben hergenommen, deren die Logiſtiker zur Veranſchaulichung ihrer Operationen ſich zu bedienen pflegten.

33) Den oben angeführten Stellen möge noch Nicom. intr. I., 3 beigefügt werden, welche Stelle inſofern bemerkenswerth iſt, als die darin gegebene Entwickelung die Arithmetik nicht in Gegenſatz zur Logiſtik bringt. Von den beiden Grundbegriffen des Wieviel u. Wiegroß (ποσόν u. πηλίκον), welche entweder an ſich oder in Beziehung zu Anderem betrachtet werden, gelangt nämlich der Verfaſſer zu dem Gegenſatz einerſeits von Arithmetik u. Muſik (Lehre von den Zahlverhältniſſen der Töne), andererſeits von Geometrie u. Sphärik (worunter hier Aſtronomie verſtanden wird). Die Stelle lautet: *πάλιν δὲ ἐξ ἀρχῆς, ἐπεὶ τοῦ ποσοῦ τὸ μὲν ὁρᾶται καθ' ἑαυτό, μηδεμίαν πρὸς ἄλλο σχέσιν ἔχον, οἷον ἄρτιον, περιττόν, τέλειον, τὰ ἐοικότα, τὸ δὲ πρὸς ἄλλο πως ἤδη ἔχον καὶ σὺν τῇ πρὸς ἕτερον σχέσει ἐπινοούμενον, οἷον διπλάσιον, μεῖζον, ἔλαττον, ἥμισυ, ἡμιόλιον, ἐπίτριτον, τὰ ἐοικότα, δῆλον ὅτι ἄρα δύο μέθοδοι ἐπιλήψονται ἐπιστημονικαὶ καὶ διευκρινήσουσι πᾶν τὸ περὶ τοῦ ποσοῦ σκέμμα, ἀριθμητικὴ μὲν τὸ περὶ τοῦ καθ' ἑαυτό, μουσικὴ δὲ τὸ περὶ τοῦ πρὸς ἄλλο. πάλιν δὲ ἐπεὶ τοῦ πηλίκου τὸ μέν ἐστιν ἐν μονῇ καὶ στάσει, τὸ δὲ ἐν κινήσει καὶ περιφορᾷ, δύο ἕτεραι κατὰ τὰ αὐτὰ ἐπιστῆμαι ἀκριβώσουσι τὸ πηλίκον, τὸ μὲν μένον καὶ ἠρεμοῦν γεωμετρία, τὸ δὲ φερόμενον καὶ περιπολοῦν σφαιρική.* Derſelbe Gegenſatz tritt nochmals im 7. Kapitel auf; die Logiſtik wird von Nikomachus nirgends erwähnt.

Digitized by Google

Folge gehabt, daß wir in der älteren Zeit von einer literarischen Thätigkeit auf diesem Gebiete keine Spur finden, denn es ist kein Buch auf uns gekommen und wird auch keins erwähnt, welches die Zahlenoperationen im Allgemeinen oder die Logistik im Speciellen zum Gegenstande gehabt hätte, wenn schon wir durch die Commentare des Eutokius und Theon nicht ganz ohne Kenntniß der Art geblieben sind, wie die Griechen Rechnungen mit bestimmten Zahlen ausführten. Ganz unbekannt ist übrigens den Griechen die rechnerische Thätigkeit der Inder auch in jener frühen Zeit wohl nicht gewesen, wenigstens ist anzunehmen, daß Pythagoras bei seinem Aufenthalte in Babylon die indische, auch bei den Persern einheimisch gewordene Art des Rechnens kennen gelernt habe und daß darauf seine Bemühungen, auch auf die Logistik durch Einführung des Kolumnensystems einzuwirken, sich gründeten. Daß diese Bemühungen für's Erste keinen Eingang fanden, wird wohl durch die Gewöhnung an das Hergebrachte und die Verschiedenheit des indischen Geistes genügend erklärt.

Mochten sich indes die Griechen auch noch so lange gegen die Einflüsse des letzteren ablehnend verhalten, in späterer Zeit, als Alexandrien der Schwerpunkt für die Pflege von Kunst und Wissenschaft geworden war, gewannen doch die aus Indien herübergekommenen Anschauungen und Untersuchungen immer mehr Boden unter den alexandrinischen Griechen, und in ächt griechischem Geiste selbständig verarbeitet, führten sie zu einer Erweiterung der Arithmetik, wie sie in unmittelbarer Tradition aus den bisherigen arithmetischen Untersuchungen der älteren Griechen nicht hervorgehen konnte. Einen Beweis dafür liefern die uns aufbehaltenen Schriften des Diophant, die so eigenthümlich sind und so wenig den älteren Werken sich anschließen, daß nur der eben erwähnte Einfluß das plötzliche Auftauchen dieser fast fremdartigen, gleich auf einer hohen Stufe der Entwickelung stehenden Erscheinung erklärbar macht. Denn keine Spur weist darauf hin, daß die Arithmetik des Nikomachus, welche das ältere System in höchster Ausbildung darstellt, nach und nach eine andere Richtung genommen habe und schließlich in die des Diophantus übergegangen sei, vielmehr ist in der ganzen Zeit, welche zwischen Nikomachus und Diophant liegt, nicht ein Werk, nicht einmal ein Name zu verzeichnen, durch welche eine ohne Einwirkung von außen geschehene Fort- und Umbildung des früheren Systems nachgewiesen werden könnte.

Diophant bietet uns in seinem Hauptwerke[34]), von ihm selbst Ἀριθμητικά, Arithmetisches, genannt, eine allerdings wohl nicht mehr in ihrer ursprünglichen Anordnung vorhandene Sammlung von Aufgaben, welche gar keine practischen Zwecke verfolgen, sondern ganz im Allgemeinen die Aufsuchung gewissen Anforderungen entsprechender Zahlen verlangen. Mit Hülfe einer eigenthümlichen Bezeichnungsweise, der ersten, welche uns in der arithmetischen Literatur der Griechen entgegentritt, giebt er die Lösung von oft schwierigen Aufgaben in meist sehr sinnreicher Weise, jedoch ohne alle theoretische Erörterung, so daß ihnen

---

[34]) Das zweite der uns erhaltenen Werke des Diophant über die Polygonalzahlen steht trotz des Neuen, das es bietet, doch ganz auf dem Boden der alten griechischen Methode.

Digitized by Google

keineswegs das Gepräge von Belegen für eine bestimmte Methodik der Behandlung, für ein durchgebildetes System der Algebra, von dem Diophant entschieden noch weit entfernt war, aufgedrückt ist. Diophants Werk läßt sich demnach weder der alten ἀριθμητική, noch der λογιστική einreihen, eben weil es ein den Griechen bisher fremd gebliebenes Element auf griechischen Boden verpflanzt, es zeigt aber, daß zu des Verfassers Zeit (und wir können denselben, abgesehen von andern Gründen, eben dieses Werkes wegen nicht früher als in die zweite Hälfte des vierten Jahrhunderts n. Chr. setzen) die neuen Anschauungen sich bereits Bahn gebrochen und zu einer Erweiterung des Begriffes der Arithmetik geführt hatten, insofern Diophant für dasselbe sich des Namens Ἀριθμητικά bedienen konnte und nicht nöthig hatte, einen den indischen Bezeichnungen für Algebra (vîja-ganita, vîja-kriyâ, Ursprungsrechnung, Ursprungsoperation, oder avyakta-ganita, avyakta-kriyâ, Rechnung, Operation mit unbekannten Größen im Gegensatz zur vyakta-ganita, Rechnung mit bekannten Größen) entsprechenden Ausdruck aufzusuchen.

Ueberblicken wir nochmals den Umfang der griechischen Arithmetik, wie er in der uns erhaltenen Literatur vorliegt, im Vergleich mit dem heutigen Standpunkte dieser Wissenschaft, so erkennen wir, daß die Zahlenlehre früher ihren alleinigen Inhalt, später immer noch ihren bevorzugten Bestandtheil bildete, als bereits die Anfänge einer allerdings systematisch noch unentwickelten Algebra hinzutraten, daß dagegen bis zu der von uns Arithmetik im engeren Sinne genannten Lehre von den Gesetzen, nach welchen die Zahlenoperationen erfolgen, sowie zu einer auf dieser Grundlage durchgeführten Methodik der Algebra die griechische Arithmetik sich noch nicht entwickelt hatte.

III. Μονάς. Ἀριθμός.

A. Begriff. Die Einheit, μονάς, nach Euklids Definition das, wonach jedes vorhandene Ding eins heißt (el. VII., def. 1: μονάς ἐστι, δι' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται), wird in den Theologumena I., 1 als die Quelle der Zahl (μονάς ἐστιν ἀρχὴ ἀριθμοῦ, θέσιν μὴ ἔχουσα[35]), und von dem tarentischen Arithmetiker Thymaridas, den wir aus Citaten des Jamblichus kennen, als die terminirende Größe, περαί-

[35]) Weil die philosophische Speculation das Bleibende, Unveränderliche in dem Begriffe der Einheit auch in der Abstammung des Wortes μονάς suchte, führte man es auf μένειν zurück; in obiger Stelle heißt es nämlich weiter: λέγεται δὲ μονὰς παρὰ τὸ μένειν· καὶ γὰρ ἡ μονάς, ἐφ' ὃν γίνεται ἀριθμόν, φυλάσσει τὸ αὐτὸ εἶδος, οἷον ἅπαξ τρία τρία, ἅπαξ τέσσαρα τέσσαρα.

Digitized by Google

νουσα ποσότης, bezeichnet, weiterhin werden wir das Wort auch noch in speciellerem Sinne gebraucht finden.

Die Zahl, *ἀριθμός*, definirt Euklid als eine aus Einheiten bestehende Größe (el. VII., def. 2: *ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος*); Nikomachus giebt drei Definitionen, indem er intr. I., 7, 1 sagt: *ἀριθμός ἐστι πλῆθος ὡρισμένων μονάδων σύστημα ἢ ποσότητος χῦμα ἐκ μονάδων συγκείμενον*. Die Einheit wird begrifflich von den Zahlen ausdrücklich ausgeschlossen (Nic. intr. II., 6, 3: *ἔσται οὖν ἡ μὲν μονάς, σημείου τόπον ἐπέχουσα καὶ τρόπον, ἀρχὴ μὲν διαστημάτων καὶ ἀριθμῶν, οὔπω δὲ διάστημα οὐδὲ ἀριθμός*) und die Reihe der natürlichen Zahlen (*ἀριθμοὶ φυσικοί*) beginnt demnach erst mit zwei. Bei weiterer Betrachtung der Zahlen wird indessen, wie wir sehen werden, die Eins vielfach mit in die Zahlenreihe gezogen, wenn schon die Griechen zu der Abstraction, nach welcher wir den Zahlbegriff ohne Weiteres auf Eins ausdehnen und bei unseren Operationen dieselbe wie jede andere Zahl behandeln, noch nicht gelangt sind. Noch viel weniger haben sie natürlich daran gedacht, auch die Null in den Zahlbegriff hereinzuziehen, während wir nach dem Grundsatze, daß das Resultat einer Zahlenoperation wieder eine Zahl ist, dies zu thun kein Bedenken tragen, insofern die Null als Differenz zweier gleichen Größen offenbar das Resultat einer Subtraction ist. Wir finden daher auch bei den griechischen Arithmetikern keine andere Bezeichnung dafür als das allgemeine *οὐδέν*, nichts, und etwa mit Ausnahme des Satzes: *οὐδὲν οὐδενὶ συντεθὲν οὐδὲν ποιεῖ* bei Nic. intr. II., 6, 3, dieselbe überhaupt kaum erwähnt. Erst Planudes im 14. Jahrhundert, ein Schüler der Araber, kennt die Null unter dem Namen *τζίφρα*. Die Annahme einer doppelten Zahlenreihe, von Null als Ausgangspunkt in zwei entgegengesetzten Richtungen, findet sich bei den Griechen noch nicht, obschon die Vorstellung des Positiven und Negativen zu Diophants Zeit wenigstens ihnen nicht mehr ganz fremd sein konnte, wie die unten angegebene Regel desselben zeigt.

B. **Operationen.** Für diese hat sich in der älteren Arithmetik eine feste Terminologie noch nicht ausgebildet, eben weil dieselbe sich mit den Gesetzen der Operationen nicht beschäftigte, logistische Bücher aber, die hierzu vorzugsweise einen Beitrag zu liefern hätten, sind uns, wie oben bemerkt, aus jener Zeit nicht erhalten; die späteren Rechenbücher des Barlaam und Planudes habe ich nicht vergleichen können. Die wichtigsten hierher gehörigen Ausdrücke sind etwa die folgenden:

Λογίζεσθαι, rechnen, *λογισμός*, Rechnung; auch *ψηφίζειν* d. h. *ψήφοις λογίζεσθαι*, wird für Rechnen gebraucht, daher später *ψηφοφορία* Rechenkunst heißt. *Ποιεῖν*, durch eine Rechnung hervorbringen, *γίγνεσθαι*, aus einer Rechnung hervorgehn.

Συντιθέναι, *προστιθέναι*, *προστάττειν*, *προσαριθμεῖν* c. Dat. und absolut *συγκεφαλαιοῦν*, addiren; *σύνθεσις*, *συγκεφαλαίωσις*, Addition; *ὁ σύμπας*, auch *τὸ σύμπαν*, *τὸ ὅλον*, *τὸ σύνολον*, *τὸ συγκεφαλαίωμα*, die Summe. Eine besondere Bezeichnung für die Summanden ist nicht vorhanden.

Digitized by Google

Ἀφαιρεῖν, ὑφαιρεῖν c. Gen. subtrahiren; *ἀφαίρεσις, ὑφαίρεσις* Subtraction; *ὑπεροχή, ὁ λοιπός*, Differenz, Reſt; auch hier fehlen beſondere Namen für Minuend und Subtrahend.

Πολλαπλασιάζειν c. Acc. oder *ἐπὶ* c. Acc. multiciplíren, *πολλαπλασιασμός, πολλαπλασίασις*, Multiplication. Die Factoren heißen der geometriſchen Anſchauung wegen *αἱ πλευραί;* das Produkt heißt allgemein *τὸ γενόμενον*, auch *συντελούμενον*; in beſonderer Beziehung *τὸ πολλαπλάσιον;* ſpeciell wird das Produkt zweier Zahlen von Euklid und Nikomachus *ἐπίπεδος*, und wenn ſie gleich ſind, *τετράγωνος*, das aus drei Zahlen *στερεός*, und wenn ſie alle gleich ſind, *κύβος*, ebenfalls der geometriſchen Deutung wegen genannt (ſ. unten). Außerdem wird auch bei Euklid, Nikomachus und Diophant das Produkt von zwei verſchiedenen Zahlen kurzweg durch die Präpoſition *ὑπό*, das Produkt zweier gleichen Zahlen, alſo das Quadrat einer Zahl, durch die Präpoſition *ἀπό* ohne Zuſatz eines Partic. Pass. ausgedrückt, z. B. im Neutrum Nic. intr. I., 8, 14: *ἐὰν ἄρτιοι ὦσιν αἱ τοῦ προκειμένου ἀρτιάκις ἄρτιοι ἐκθέσεις, πάντως τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιαζομένων ἴσον ἔσται τῷ ὑπὸ τῶν μέσων πρὸς ἄλληλα, ἐὰν δὲ περισσοί, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου πρὸς ἑαυτό* und noch kürzer ib. I., 19. 17. *ὥστε ἀποτελεῖν τὸ ὑπὸ ἴσον τῷ ἀπό.* Ebenſo im Masculinum Dioph. IV., 6: *ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν ὁ ὑπό ἐστι μ*ον. u. a. m. Mit der Präpoſition *ἐξ*[36]) findet ſich bei Pappus der Ausdruck *ὁ ἐξ αὐτῶν στερεός.*

Die beſonderen, durch Multiplication mit 2, 3, 4 u. ſ. w. hervorgegangenen Producte heißen *διπλάσιον, τρίπλασιον, τετραπλάσιον* u. ſ. w. (ſ. unten), welchen auch die Ableitungen *διπλασιάζειν, διπλασίασις, διπλασιασμός, διπλασιότης* u. ſ. w. entſprechen.

Διαιρεῖν, dividiren, *διαίρεσις*, Diviſion, *τὸ πηλίκον* der Quotient. In beſonderer Beziehung werden gebraucht *μέρος, μερίζειν, μερισμός*, und *μέτρον, μετρεῖν, μέτρησις*, ganz analog unſerem Sprachgebrauch, nach welchem wir auch die angewandte Diviſion einerſeits als Theilung, andererſeits als Meſſung aufzufaſſen pflegen. Bei Euklid iſt *τὸ μέρος* nur die gebrochene Einheit, der Stammbruch, *μέρη* dagegen das Vielfache der gebrochenen Einheit, der Bruch, denn er definirt el. VII., 3, 4: *μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα· μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.* Zu erwähnen ſind noch die Ausdrücke *παραβάλλειν* und *παραβολή* in der Bedeutung dividiren und Diviſion, welche ſich aus der Grundbedeutung „daneben legen" durch die Anſchauung entwickelt hat, daß der Diviſor gewiſſermaßen als Maßſtab der Vergleichung an den Dividend gelegt wird, z. B. Nic. intr. I., 17, 3; II., 27, 7. In der von Neſſelmann S. 142 aus Theon angezogenen Stelle iſt das von ihm allerdings ſachlich

[36]) Der Gebrauch der Präpoſitionen zum Ausdruck von Zahlbeziehungen iſt nicht nur für den Sprachgebrauch der griechiſchen Arithmetik von beſonderer Wichtigkeit, ſondern bietet auch für die Bedeutung der Präpoſitionen im Allgemeinen viel Belehrendes. Eine darauf bezügliche Zuſammenſtellung muß ich jedoch aus Rückſicht auf den Raum für die gegenwärtige Abhandlung unterlaſſen.

Digitized by Google

richtig durch „Multiplication" wiedergegebene Wort *παραβολή* doch wohl auf die Gesammtrechnung, welche eine Division ist, zu beziehen, obschon die in Rede stehende Zahl innerhalb derselben unmittelbar durch eine Multiplication gewonnen wird.

C. **Eintheilung.** Auf diesem Gebiete finden wir eine außerordentlich reiche Nomenclatur, welche zum Theil wohl von geringer practischer Bedeutung sein mag, welche aber zeigt erstlich wie die Griechen bemüht gewesen sind, die Natur der Zahlen und ihre gegenseitigen Beziehungen zu ergründen, sodann wie sie, wo es angeht, die arithmetischen Abstractionen auf geometrische Anschauungen zurückzuführen suchen, und endlich wie sie durch eine oft künstlerische Wortbildung in einem harmonischen Wortganzen die verschiedensten Beziehungen auszudrücken vermochten, deren Darstellung für uns eine weitläufige Umschreibung erfordern würde, wenn nicht unsere mathematische Zeichensprache in diesem Falle noch wirksamer als die Plastik der griechischen Sprache alle Schwierigkeiten beseitigte.

1) Arithmetische. Ohne geometrische Beziehung theilt Euklid die Zahlen im 7. Buche der Elemente einerseits in *ἄρτιοι*, gerade und *περισσοί*, ungerade (def. 6 u. 7), andererseits in *πρῶτοι ἀριθμοί*, Primzahlen (*μονάδι μόνῃ μετρούμενοι*, def. 12) und *σύνθετοι ἀριθμοί*, zusammengesetzte Zahlen (*ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι* def. 14). Außerdem nennt er zwei Zahlen, die nur die Einheit als gemeinsames Maß haben, *πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί*, relative Primzahlen (def. 13), und die außer der Einheit noch ein solches haben, *σύνθετοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί*, relativ zusammengesetzte Zahlen (def. 15). Die zusammengesetzten Zahlen zerfallen ihm, je nachdem sie in zwei gerade, einen geraden und einen ungeraden, oder in zwei ungerade Factoren zerlegbar sind, nach def. 8. 9. 11., in

ἀρτιάκις ἄρτιοι, gerademal gerade = 2m. 2n.
ἀρτιάκις περισσοί, gerademal ungerade[37]) = 2m (2n + 1).
περισσάκις περισσοί, ungerademal gerade = (2m + 1) (2n + 1).

Diese allerdings auf den ersten Blick ganz naturgemäß erscheinende Eintheilung hat jedoch den Mangel, daß die erste und zweite Klasse sich nicht gegenseitig ausschließen; denn wenn eine Zahl den Primfactor 2 öfter als einmal enthält, so wird sie ebenso gut der ersten wie der zweiten Kategorie einzureihen sein, was Euklid auch im 34. Satze des IX. Buches ausdrücklich ausspricht; so ist z. B. 12 = 2 . 2 . 3 ebensogut *ἀρτιάκις ἄρτιος* wegen

---

[37]) Die 10. Definition, welche noch den Ausdruck *περισσάκις ἄρτιος* giebt, steht zwar in mehreren Handschriften des Euklid, namentlich in der vorzüglichsten, der vaticanischen, und ist daher auch in die Ausgaben von Peyrard und August aufgenommen worden; sie fehlt aber in anderen Handschriften und in den ältesten Ausgaben. Da nun der Sache nach *περισσάκις ἄρτιος* mit *ἀρτιάκις περισσός* völlig identisch ist, und in den späteren Sätzen über gerade und ungerade Zahlen nur der letztere Ausdruck von Euklid gebraucht wird, so möchte man wohl diese Definition für den Einschub eines Abschreibers halten, dem er für die volle Symmetrie der Bezeichnung nothwendig zu sein schien.

Digitized by Google

$12 = 2.6$, als auch *ἀρτιάκις περισσός* wegen $12 = 4.3$. Aus den zu Satz 32 und 33 desselben Buches geführten Beweisen geht hervor, daß Euklid eine bei fortgesetztem Halbiren immer nur Gerades ergebende Zahl (also von der Form 2^m) *ἀρτιάκις ἄρτιος μόνον*, und eine bei einmaligem Halbiren sofort Ungerades ergebende Zahl *ἀρτιάκις περισσὸς μόνον* nennt.

Die beiden Eintheilungen Euklids hat Nikomachus, durch das Streben nach Analogie verleitet, in einer offenbar logisch unhaltbaren Weise mit einander verschmolzen, indem er der geraden wie der ungeraden Zahl je drei Formen (*εἴδη*) zuschreibt, von denen die beiden ersten einander entgegengesetzt seien, während die dritte eine Art Vermittelung zwischen beiden bilde. So entsteht folgende Classification:

I. *Τὸ ἄρτιον.*	II. *Τὸ περισσόν.*
1) *τὸ ἀρτιάκις ἄρτιον.*	1) *τὸ πρῶτον καὶ ἀσύνθετον.*
2) *τὸ ἀρτιοπέρισσον.*	2) *τὸ δεύτερον καὶ σύνθετον.*
3) *τὸ περισσάρτιον.*	3) *τὸ καθ' ἑαυτὸ μὲν δεύτερον καὶ σύνθετον, πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον καὶ ἀσύνθετον.*

Die erste Klasse der geraden Zahlen begreift nur diejenigen, welche durch fortgesetztes Halbiren nie Ungerades geben, also die von Euklid *ἀρτιάκις ἄρτιοι μόνον* genannten, die zweite diejenigen, welche schon nach einmaligem Halbiren Ungerades geben, also die von Euklid *ἀρτιάκις περισσοὶ μόνον* genannten, die dritte diejenigen, welche erst nach mehrmaligem Halbiren Ungerades geben. Während diese Eintheilung der geraden Zahlen zwar weniger wesentlich, aber doch insofern richtig ist, als die drei Klassen sich gegenseitig ausschließen, ist die gegenüber gestellte der ungeraden offenbar im Princip verfehlt; denn da die erste Klasse nur Primzahlen, die zweite nur zusammengesetzte Zahlen (Euklids *περισσάκις περισσοί*) in sich begreift, so gehören die Zahlen der dritten Klasse, welche Nikomachus aus relativen Primzahlen bildet, an und für sich betrachtet, entweder ebenfalls der ersten, oder der zweiten Klasse an. Außerdem hat diese Aufstellung erstlich zur Isolirung der zwei geführt, welche hiernach nicht zu den Primzahlen gehören würde, was auch Jamblichus ausdrücklich behauptet, eben weil sie nicht ungerad ist, während sie doch offenbar auch den zusammengesetzten nicht angehört; sodann hat sie aus der Klasse der zusammengesetzten Zahlen alle diejenigen ausgeschlossen, welche auch gerade Factoren enthalten.

Euklids einfachere, wenn auch, wie wir gesehen haben, für die geraden Zahlen nicht ganz tadelfreie Gliederung ist jedenfalls sachgemäßer. Als Eigenthümlichkeit mag nebenher bemerkt werden, daß die von Euklid nur als *πρῶτοι* und *σύνθετοι* unterschiedenen Zahlen bei Nikomachus und seinen Erklärern immer unter der Doppelbezeichnung *πρῶτοι*

Digitized by Google

καὶ ἀσύνθετοι und *δεύτεροι καὶ σύνθετοι* auftreten, ohne daß aus ihren Erörterungen eine Nöthigung für diese Aenderung ersichtlich wird. Thymaridas nennt nach Jamblichus Angabe die Primzahlen *εὐθυγραμμικοί*, geradlinige Zahlen, welche Bezeichnung allerdings nicht zur Theorie der Polygonalzahlen stimmt, indem nach dieser jede Zahl von 3 an Flächenzahl sein kann, s. Dioph. de num. mult. prop. 1.

An die vorstehende Eintheilung schließt Nikomachus noch die der zusammengesetzten Zahlen in *ὑπερτελεῖς*, übervollständige, *τέλειοι* vollständige oder vollkommene, und *ἐλλιπεῖς*, unvollständige, je nachdem die Summe ihrer Theiler mehr, ebensoviel oder weniger beträgt als die Zahl selbst. So ist z. B.

18 *ὑπερτελής*,	28 *τέλειος*,	14 *ἐλλιπής*,
weil	weil	weil
$1+2+3+6+9>18$,	$1+2+4+7+14=28$,	$1+2+7<14$.

Euklid, von welchem el. VII. def. 23 *τέλειος ἀριθμός* als *ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν* bezeichnet wird, hat für die Gegensätze keine besonderen Namen. Eine Methode zur Bestimmung vollkommener Zahlen giebt er el. IX., prop. 36.

Nachdem mit Obigem Nikomachus die Betrachtung der Zahlgrößen an sich (*καθ' αὑτό*) abgeschlossen hat (wobei freilich das Hereinziehen der relativen Primzahlen eine starke Inconsequenz ist), geht er intr. I., 17 seq. zur Betrachtung derselben in ihrer Beziehung zu andern über (*μετερχόμενα καὶ ἐπὶ τὸ πρός τι*), unterscheidet hier Gleichheit und Ungleichheit, und stellt für letztere (die erstere bietet keinen Anlaß zu weiterer Erörterung) fünf Formen (*εἴδη*) auf, für deren gegenseitige Abhängigkeit er eine Doppelreihe von Namen einführt, um sowohl das Größere in seinem Verhältniß zum Kleineren, wie das Kleinere in seinem Verhältniß zum Größeren in ähnlicher Weise zu bezeichnen, wie (ich führe seine Beispiele an) die Wörter „Vater und Sohn," „Lehrer und Schüler" das nämliche Verhältniß, nur von verschiedenen Seiten betrachtet, darstellen. Die Tabelle Seite 19 giebt eine Uebersicht seiner Bezeichnungen.

2. Geometrische. Nach der Art, wie die in ihre Einheiten zerlegten Zahlen sich in Form geometrischer Figuren darstellen lassen, zerfallen dieselben in:

a. *Γραμμικοί*, Linearzahlen. Dahin gehören alle Zahlen von 2 an, weil jede Menge von Einheiten sich in eine Linie legen läßt. Einzuordnen ist hier die bei Theon vorkommende Bezeichnung *πλευρικοὶ καὶ διαμετρικοὶ ἀριθμοί*, Seiten- und Diagonalzahlen, welche auf das Verhältniß der Seite und Diagonale im Quadrat Bezug haben.

b. *Ἐπίπεδοι*, Flächenzahlen, deren Einheiten sich in Gestalt regulärer Polygone legen lassen. Besondere Arten derselben sind die *τρίγωνοι*, Trigonal- oder Dreieckszahlen, *τετράγωνοι*, Tetragonal- oder Quadratzahlen, *πεντάγωνοι*, Pentagonal- oder Fünfeckszahlen, u. s. w., deren Ableitung Nikomachus intr. II., cap. 8—11 aus der natürlichen Zahlenreihe ganz in der auch bei uns üblichen Weise angiebt.

Digitized by Google

Tabelle zu Seite 18.

Character der Zahlen.	Allgemeine Namen für die größere.	Allgemeine Namen für die kleinere.	Specielle Namen für die größere.		Specielle Namen für die kleinere.	
1) Zahlen, von denen die eine die andere mehr als einmal **ganz** enthält.	πολλαπλάσιος	ὑποπολλαπλάσιος	διπλασιος τριπλάσιος τετραπλάσιος κ. τ. λ.	2/1 3/1 4/1	ὑποδιπλάσιος ὑποτριπλάσιος ὑποτετραπλάσιος κ. τ. λ.	1/2 1/3 1/4
2) Zahlen, von denen die eine die andere einmal **ganz** und einen **Theil** enthält.	ἐπιμόριος	ὑπεπιμόριος	ἡμιόλιος ἐπίτριτος ἐπιτέταρτος κ. τ. λ.	3/2 4/3 5/4	ὑφημιόλιος ὑπεπίτριτος ὑπεπιτέταρτος κ. τ. λ.	2/3 3/4 4/5
3) Zahlen, von denen die eine die andere einmal **ganz** nnd mehrere **Theile** enthält.	ἐπιμερής	ὑπεπιμερής	ἐπιδιμερής[38]) ἐπιτριμερής ἐπιτετραμερής κ. τ. λ.	5/3 7/4 9/5	ὑπεπιδιμερής ὑπεπιτριμερής ὑπεπιτετραμερής κ. τ. λ.	3/5 4/7 5/9
4) Zahlen, von denen die eine die andere mehrmals **ganz** und einen **Theil** enthält.	πολλαπλασιεπιμόριος.	ὑποπολλαπλασιεπιμόριος	διπλασιεφήμισυς διπλασιεπίτριτος κ. τ. λ. τριπλασιεφήμισυς κ. τ. λ.	5/2 7/3 7/2	ὑποδιπλασιεφήμισυς ὑποδιπλασιεπίτριτος κ. τ. λ. ὑποτριπλασιεφήμισυς κ. τ. λ.	2/5 3/7 2/7
5) Zahlen, von denen die eine die andere mehrmals **ganz** u. mehrere **Theile** enthält.	πολλαπλασιεπιμερής.	ὑποπολλαπλασιεπιμερής.	διπλασιεπιδιμερής διπλασιεπιτριμερής κ. τ. λ. τριπλασιεπιδιμερής κ. τ. λ.	8/3 11/4 11/3	ὑποδιπλασιεπιδιμερής ὑποδιπλασιεπιτριμερής κ. τ. λ. ὑποτριπλασιεπιδιμερής κ. τ. λ.	3/8 4/11 3/11

38) Statt dieser Namen hat Nikomachus auch noch andere, welche die Zähler der die Einheit überschießenden Brüche mit ausdrücken, also 5/3 = 1 + 2/3 ἐπιδίτριτος; 7/4 = 1 + 3/4 ἐπιτριτέταρτος; 9/5 = 1 + 4/5 ἐπιτετράπεμπτος u. s. w.; auch bildet er dem entsprechend noch andere obiger Reihe nicht angehörige Formen, wie 1 + 4/7 ἐπιτεταρτοέβδομος. Die Bezeichnungen der Gegensätze würden natürlich analog sein; ebenso würden für die fünfte Klasse den eben angeführten entsprechende Benennungen sich bilden lassen, indessen führt Nikomachus dieselben nicht an.

Digitized by Google

Zu den viereckigen Zahlen im Allgemeinen gehören auch alle Produkte aus je zwei Zahlen, weil sie sich in Form von Rechtecken darstellen lassen. Hier unterscheidet Nikomachus die aus verschiedenen Faktoren bestehenden in *ἑτερομήκεις* von der Form n (n + 1) und *προμήκεις* von der Form n (n + r), denen gegenüber die Quadratzahlen auch als *ἰδιομήκεις* oder *ταυτομήκεις* (= n . n) bezeichnet werden.

c. *Στερεοί*, Körperzahlen, deren Einheiten sich zu einer regulären Körperform zusammenstellen lassen. Hierher gehören zunächst die Pyramidalzahlen, *ἀριθμοὶ πυραμοειδεῖς*, deren Ableitung aus den Polygonalzahlen Nikom. intr. II., 14 angiebt. Er unterscheidet bei ihnen von der vollständigen Pyramide, *πυραμίς*, welche bis zur Einheit als Spitze aufgebaut wird, die abgestumpfte, welche *κόλουρος*, *δικόλουρος*, *τρικόλουρος*, *τετρακόλουρος* u. s. w. genannt wird, je nachdem 1, 2, 3, 4 u. s. w. Schichten nach oben fehlen.

Zu den Körperzahlen gehören aber auch alle aus drei Faktoren gebildeten Produkte. Hier werden unterschieden: 1) *κύβοι*, die Kubikzahlen, welche *ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις* genannt werden, weil sie alle drei Dimensionen gleich haben; 2) *σφηνίσκοι*, Keilzahlen, von Andern auch *σφηκίσκοι*, Pfahlzahlen, *βωμίσκοι*, Altarzahlen, genannt, welche als *ἀνισάκις ἄνισοι ἀνισάκις* bezeichnet werden, weil sie alle 3 Dimensionen ungleich haben; 3) *πλινθίδες*, Ziegelzahlen, und *δοκίδες*, Balkenzahlen (auch *στηλίδες*, Pfeilerzahlen), je nachdem sie zu zwei gleichen Dimensionen die dritte entweder kleiner oder größer haben (*ἰσάκις ἴσοι ἐλαττονάκις* und *ἰσάκις ἴσοι μειζονάκις*). Als *ἀριθμοὶ παραλληλεπίπεδοι*, Parallelepipedalzahlen, bezeichnet Nikom. speciell solche Körperzahlen, die aus *ἀριθμοὶ ἑτερομήκεις* als Flächenzahlen gebildet sind.

Noch gehören hierher die Benennungen *ἀριθμοὶ κυκλικοί* und *σφαιρικοί*, Kreis- und Kugelzahlen, welche Nikomachus den Quadraten und Kuben aller mit

1, 5, 6

endigenden Zahlen deshalb giebt, weil dieselben ebenfalls mit 1, 5, 6 endigen, denn

$1^2 = 1$ $\quad$ $1^3 = 1$
$5^2 = 25$ $\quad$ $5^3 = 125$
$6^2 = 36$ $\quad$ $6^3 = 216.$

Auch die höhern Potenzen dieser Zahlen würden in dieselbe Kategorie fallen. Von allen in dieser Klasse angeführten Namen hat Euklid nur die Bezeichnungen *ἐπίπεδος*, *τετράγωνος*, *στερεός* und *κύβος*, und nennt el. VII., def. 22 solche Flächen- und Körperzahlen *ὅμοιοι*, ähnlich, welche proportionirte Seitenzahlen oder Factoren haben.

D. **Zahlensystem.** Als Grundlage des Zahlensystems werden von den Griechen die Einheiten 1—9 betrachtet und in dieser Beziehung *πυθμένες*, Wurzelzahlen[39]) genannt.

[39]) In allgemeinerem Sinne braucht Nikomachus das Wort *πυθμήν* oder *πυθμενικὸς ἀριθμός*

Digitized by Google

Aus ihnen gehen alle Zahlen als Ein-, Zehn-, Hundert-, Tausend-, Zehntausendfache u. s. w. hervor, und bilden so die Ordnungen der

μονάδες,	δεκάδες,	ἑκατοντάδες,	χιλιάδες,	μυριάδες,
Einer,	Zehner,	Hunderter,	Tausender,	Zehntausender.

In der Zahlbezeichnung (s. nachher) finden sich oft die vier ersten Ordnungen unter der Gesammtbenennung Monaden den Myriaden gegenüber gestellt. Alle aus demselben πυθμήν entsprungenen Zahlen heißen ὁμώνυμοι, gleichnamig, wie z. B. 5, 50, 500, 5000, 50000. Die besonderen Namen der Ordnungen gehen also bei den Griechen bis zur 4. Potenz der 10, worauf die folgenden Ordnungen als 10, 100, 1000fache Myriaden (δέκα, ἑκατόν, χίλιαι μυριάδες) bezeichnet werden. Die Zahlen bis zu μύριαι μυριάδες nennt Archimedes (im ψαμμίτης) πρῶτοι ἀριθμοί; μύριαι μυριάδες = 10^8 bilden sodann eine neue Einheit, die er μονὰς δευτέρων ἀριθμῶν nennt, und wiederum μύριαι μυριάδες dieser Gruppe, also 10^{16}, die μονὰς τρίτων ἀριθμῶν, und so immer weiter von 8 zu 8 Stellen. Dieses System entspricht also ganz demjenigen unserer Zahlenbezeichnung, nur daß wir bloß bis 10^8 besondere Namen haben, sodann die folgenden Potenzen als Vielfache der Tausende bezeichnen und von 10^6 an immer von 6 zu 6 Stellen neue Namen, Million, Billion, Trillion u. s. w. eintreten lassen.[40]) Eine abweichende Benennung findet sich, wie Jamblichus in seinem Commentar zu Nikomachus mittheilt, noch bei den Pythagoräern, welche 10, 100, 1000 u. s. w. als Einheiten der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Ordnung (δευτερωδουμένη, τριωδουμένη, τετρωδουμένη μονάς, κ. τ. λ.) bezeichnen (vergl. Nic. intr. I., 19, 19).

Als Zahlzeichen dienen bekanntlich die Buchstaben des Alphabetes in der Weise, daß je 8 auf die drei ersten Ordnungen kommen, das fehlende neunte aber durch je ein Zusatz- oder Hülfszeichen, ἐπίσημον (vergl. unten S. 23) ergänzt wird. Und zwar nimmt dieses in der Ordnung der Einer die Stelle des semitischen waw (des alten digamma) ein, heißt daher auch ἐπίσημον βαῦ (erst später durch Verwechselung mit der Abbreviatur für στ στίγμα genannt) und bedeutet 6; in der Ordnung der Zehner tritt das ἐπίσημον κόππα oder κοφῆ (auch ἀντιῤῥῶ der Gestalt wegen genannt) an die Stelle des semitischen koph und bedeutet 90; in der Ordnung der Hunderter nimmt das vielgebeutete ἐπίσημον σαμπῖ, wie das Koppa in der vorhergehenden, die letzte Stelle ein, und bedeutet 900; es ist wahrscheinlich eine Um-

---

zur Bezeichnung der Zahlen, welche der Bildung anderer Zahlformen zu Grunde liegen; so sind z. B. zu den in der vorigen Anmerkung angeführten Zahlen

	5/3 ἐπιδίτριτος,	7/4 ἐπιτριτέταρτος,	9/5 ἐπιτετράπεμπτος,
die πυθμένες:	5 & 3,	7 & 4,	9 & 5.

40) Diese Namen sind übrigens noch nicht so außerordentlich alt, wenigstens wird in der Ausgabe von Adam Riese's Rechenbüchlein vom Jahre 1622, die ich vor mir habe, das Aussprechen der Zahl 86789325178 noch folgendermaßen gelehrt: Sechs und achtzig tausend sieben hundert neun und achtzig tausend mal tausend (also nicht Millionen) u. s. w.

Digitized by Google

gestaltung des semitischen Sin und hat nach Böckh seinen Namen von seiner Gestalt erhalten, in welcher man eine Verschlingung der beiden Buchstaben C (*Σάν*, dorischer Name für Sigma) und *Π* zu erkennen glaubte. Für die Tausender dienen wieder die 9 Einerzeichen mit untergesetztem Strich, für die Zehntausender hin und wieder dieselben mit übergesetzten 2 Pünktchen, gewöhnlicher ist jedoch die Bezeichnung der Myriaden durch *M.* oder *Mυ*, welchem Zeichen die Anzahl derselben entweder vor- oder nachgesetzt, oder übergeschrieben wird; bei Diophant finden sich die Myriaden oft durch einen bloßen Punkt von den Monaden getrennt. Die Zahlbuchstaben werden in In- und Handschriften nicht immer durch ein besonderes diakritisches Zeichen als solche kenntlich gemacht (auch Hoche hat in seiner Ausgabe des Nikomachus keine angewandt), gewöhnlich aber dient als solches Zeichen ein den Buchstaben rechts oben beigesetzter Akut, was mit dem Gebrauche des Diophant und anderer Schriftsteller, bei denen Rechnungen vorkommen, in Widerspruch steht; diese verwenden zu dem genannten Zwecke einen über die Zahlbuchstaben gesetzten wagrechten Strich, während der Akut, in den Ausgaben des Diophant auch häufig ein Circumflex, in den Bruchbezeichnungen den Nenner kenntlich macht, den man entweder allein hinschreibt, wenn es sich um einen Stammbruch handelt, oder dem Zähler rechts oben beisetzt, wenn es ein anderer Bruch ist. Folgende Beispiele mögen die vorstehenden Erörterungen über die Zahlenbezeichnung erläutern.

$\overset{\beta}{M\upsilon.\beta} = \beta\, M\upsilon = \overset{\beta}{M} = 20000$; ausgeschrieben bei Pappus:

$\overline{\mu\upsilon\rho\iota\acute{\alpha}\delta\varepsilon\varsigma}\ \overline{\alpha}\ \overline{\mu\upsilon\nu\acute{\alpha}\delta\varepsilon\varsigma}\ \overline{\eta} = 18000.$

$\overline{\chi\varsigma.\ \beta\varrho\mu\delta} = 262144$ bei Diophant.

$\gamma' = {}^1/_3$; $\delta' = {}^1/_4$; (nur $^1/_2$ hat ein dem $\varkappa$ ähnliches Zeichen)

$\overline{\vartheta\iota\alpha'} = {}^9/_{11}$ bei Archimedes, $\overline{\beta\omega\iota\zeta\psi\varkappa\varsigma'} = {}^{2817}/_{726}$ bei Diophant.

Bei Brüchen, die aus größeren Zahlen bestehen, setzt Diophant zwischen Zähler und Nenner den Ausdruck *ἐν μορίῳ* oder *μορίου*, etwa „getheilt durch" z. B.

$$\overline{\rho\nu.\ \zeta\omega\pi\delta}\ \ \mu o \rho \acute{\iota} o \upsilon\ \ \overline{\chi\varsigma.\ \beta\varrho\mu\delta} = {}^{1507884}/_{262144},$$

so daß letztere Bezeichnung unserm a : b, erstere unserm $\frac{a}{b}$ analog erscheint. Eingehende Belehrungen über diesen Gegenstand bietet Nesselmann in seiner Alg. d. Gr., S. 62—148.

E. **Algebraische Anwendung.** Mit der Unterscheidung der Zahlen in *ὡρισμένοι* und *ἀόριστοι*, gegebene und unbekannte, welche bereits in einer von Thymaridas aufgestellten und von Jamblichus unter dem Namen *ἐπάνθημα* (Blüthe, Krone) angeführten Regel für die bildliche Darstellung der Polygonalzahlen gemacht wird, betreten wir das Gebiet der Algebra, wenn schon der Anfang zu einer algebraischen Zeichensprache sich erst bei Diophant findet.

In seinen Aufgaben nennt Diophant die gesuchte Größe, die wir x nennen,

Digitized by Google

schlechthin ἀριθμός, bezeichnet sie mit ς′ oder ςς̃, je nachdem der stets nachgestellte Coefficient 1 oder > 1 ist; oft werden auch je nach dem Zusammenhange die Kasusendungen oben beigeschrieben als ςοῦ, ςςῶν, ꝛc. Die Potenzen der Unbekannten, wobei er übrigens nicht über die sechste hinausgeht, nennt er (ar. def. II.) der Reihe nach von der zweiten an

δύναμις,	κύβος,	δυναμοδύναμις,	δυναμόκυβος,	κυβόκυβος
$= x^2$	$= x^3$	$= x^4$	$= x^5$	$= x^6$
und bezeichnet dieselben mit				
δ̃	κ̃	δδ̃	δκ̃	κκ̃

ohne aber diese letzteren Zeichen zu verdoppeln, wenn der ebenfalls nachgestellte Coefficient > 1 ist. Die mit keiner Unbekannten behafteten Zahlen nennt er μονάδες, Einheiten, und bezeichnet sie mit μ̃. Die Buchstaben ς, δ, κ, δδ, δκ, κκ, μ nennt er die σημεῖα, Zeichen, der genannten Größen, und die oben angeschriebenen ο u. υ ἐπίσημα, Zusatzzeichen (s. oben S. 21). So ist z. B.

$$\left.\begin{array}{ll} \varsigma\,\bar{\alpha} = x; & \varsigma\tilde{\varsigma}\,\bar{\delta} = 4x \\ \delta\tilde{\upsilon}\,\bar{\alpha} = x^2; & \kappa\tilde{\upsilon}\,\bar{\eta} = 8x^3 \end{array}\right\} \text{ u. s. w.}$$
$$\mu\tilde{\upsilon}\,\bar{\alpha} = 1; \quad \mu\tilde{\upsilon}\,\overline{\iota\beta} = 12$$

Weiterhin benennt Diophant ar. def. III. die gleichnamigen Stammbrüche (ὁμώνυμα μόρια) oder die reciproken Werthe obiger Größen in folgender Weise:

$$\text{ἀριθμοστόν} = \frac{1}{x}$$
$$\text{δυναμοστόν} = \frac{1}{x^2}$$
$$\text{κυβοστόν} = \frac{1}{x^3}$$
$$\text{δυναμοδυναμοστόν} = \frac{1}{x^4}$$
$$\text{δυναμοκυβοστόν} = \frac{1}{x^5}$$
$$\text{κυβοκυβοστόν} = \frac{1}{x^6}$$

und sagt, daß jeder das Zeichen der gleichnamigen Zahl mit einer darüber gesetzten Linie erhalten solle. Diese Bruchbezeichnung haben aber die uns erhaltenen Texte nicht, sondern eine der oben für bestimmte Brüche angeführten analoge, z. B.

$\overline{\alpha\varsigma'} = \frac{1}{x'}$, $\overline{\alpha\delta\tilde{\upsilon}\tilde{\alpha}} = \frac{1}{x^2}$, auch $\overline{\delta\varsigma\upsilon\tilde{\upsilon}\,\tilde{\alpha}} = \frac{4}{x}$, wo ςοῦ die Endung des Genetiv von ἀριθμοστόν ist; in gleicher Weise benutzt er bei größeren Zahlen auch hier die Andeutung der Division mit ἐν μορίῳ oder μορίου.

Digitized by Google

In Polynomen werden nicht wie bei uns die Glieder mit ihren Vorzeichen nach Potenzen der Hauptgröße geordnet, sondern zunächst die Summe aller zu addirenden, sodann die aller zu subtrahirenden, durch bloßes Nebeneinanderstellen gebildet, beide Summen aber durch das Wort λείψει (den Dativ von λεῖψις, Mangel) oder auch durch ein dasselbe ersetzendes Zeichen ↓ (τῆς λείψεως σημεῖον ψ κάτω νεῦον, def. IV.), unserem minus entsprechend, geschieden. So ist z. B. der Ausdruck

$$9x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 12x + 1$$

zuerst umzustellen in

$$(9x^4 + 6x^2 + 1) - (4x^3 + 12x)$$

und erhält dann im Griechischen folgende Form:

δδῦ θ̄. δῦς̄. μο̄ ᾱ ↓ κῦ δ̄. ϛς̄ ιβ̄

und der Quotient $\frac{7x^2 - 24x}{x^2 - 7x + 12}$ wird geschrieben:

δῦ ζ ↓ ϛς̄ κδ̄ μυρίου δῦ ᾱ. μο̄ ιβ̄ ↓ ϛς̄ ζ̄.

Obschon diese Schreibweise zeigt, daß das Polynom noch nicht in unserer Weise als bloße Summe von positiven und negativen Gliedern aufgefaßt wird, so muß man doch annehmen, daß die Vorstellung vom Anhaften des Negativen am Einzelnen Diophants Zeitgenossen nicht ganz fremd gewesen sei, denn das vorhin erwähnte λεῖψις, Mangel, und das ihm entgegenstehende ὕπαρξις, Vorrath, mußten doch in der Bedeutung Minus- und Plusgröße geläufig sein, da Diophant das bekannte Gesetz für die Multiplication algebraischer Zahlen ohne allen Beweis einfach als Voraussetzung für die Lösung seiner Aufgaben ar. def. IX. in der kurzen Form hinstellen konnte: λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ ὕπαρξιν, λεῖψις δὲ ἐπὶ ὕπαρξιν ποιεῖ λεῖψιν.

Die gegebenen Andeutungen über Diophants nur auf Abbreviaturen von Wörtern beruhende Bezeichnungsweise beweisen zur Genüge, daß von einer mathematischen Formelsprache in unserem Sinne bei ihm noch keine Rede ist, denn hierzu gehört nicht nur die Bezeichnung der Größen, sondern auch diejenige ihrer Beziehungen; er hat aber außer jenem ↓ noch keine Rechnungszeichen und keine Zeichen für die Gleichheit und daher auch keinen Namen für den Ausdruck der letzteren, die Gleichung, obschon seine Aufgaben sämmtlich die Lösung algebraischer Gleichungen betreffen, nur für die Seiten der Geichung findet sich ar. def. XI. zweimal der Ausdruck μέρος und ar. IV., 26 der Ausdruck ἴσωσις (ἑκατέρᾳ τῇ ἰσώσει) gebraucht.

Digitized by Google

IV. *Λόγος. Ἀναλογία. Μεσότης.*

Unter *λόγος* verſtehen die alten Mathematiker nur dasjenige Größenverhältniß, nach welchem angegeben wird, wie viel mal, nicht, um wie viel die eine Größe die andere übertrifft, alſo dasjenige, was wir ſpeciell geometriſches Verhältniß im Gegenſatz zum arithmetiſchen, gewöhnlich aber ſchlechthin ebenfalls bloß Verhältniß nennen. Die Gleichheit zweier ſolcher Verhältniſſe heißt *ἀναλογία*, alſo geometriſche Proportion. Dies erhellt weniger deutlich aus den Definitionen des Nikomachus intr. ar. II., 21 und ſeines Erklärers Jamblichus, als aus der des Euklid, wenn er el. V. def. 3 u. 8 ſagt: *λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις, ἀναλογία δὲ ἡ τῶν λόγων ταυτότης.* Noch beſtimmter zeigen def. 4., wo es heißt: *λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν*, und def. 5 und 6, wo die Bedeutung von gleichem und größerem Verhältniß erklärt wird, die Ableitung des Begriffes *λόγος* aus der Multiplication. Der techniſche Ausdruck für das Gleichverhalten iſt: *ὡς — πρός . . ., οὕτως — πρός . . .*, z. B.

1 : 2 = 4 : 8 lies:

ὡς τὸ α πρὸς τὰ β, οὕτως τὰ δ πρὸς τὰ η.

Proportional wird bei Euklid immer durch das adverbial gebrauchte Neutrum *ἀνάλογον*, z. B. *ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον*, bei Nikomachus durch das flectirte Adjektiv ausgedrückt. Die Vorderglieder, *τὰ ἡγούμενα*, ſowie die Hinterglieder, *τὰ ἑπόμενα*, nennt Euklid *ὁμόλογα μεγέθη*, homologe Glieder; Nikomachus hat intr. ar. II., 21 für Vorder- und Hinterglied die Ausdrücke *πρόλογος* und *ὑπόλογος*.

Wenn zwiſchen mehreren Größen von jeder zur folgenden das nämliche Verhältniß ſtatt findet, ſo wird das Verhältniß der erſten zur dritten das doppelte, *διπλασίων*, von der erſten zur vierten das dreifache, *τριπλασίων*, u. ſ. w. genannt (el. V. def. 10, 11).

Werden in zwei gleichen Verhältniſſen die innern Glieder vertauſcht, ſo heißen die neuen Verhältniſſe den vorigen gegenüber *ἐναλλάξ*, verſetzt; werden dagegen in demſelben Verhältniſſe die beiden Glieder vertauſcht, ſo heißt es *ἀνάπαλιν*, umgekehrt (el. V. def. 13 u. 14). Dieſe Namen hat auch Nikomachus intr. II., 21.

Werden aus dem Verhältniſſe a : b die neuen Verhältniſſe a ± b : b gebildet, ſo heißt dies im erſten Falle *σύνθεσις λόγου*, Zuſammenſetzung des Verhältniſſes, im zweiten *διαίρεσις λόγου*, Trennung des Verhältniſſes; *ἀναστροφὴ λόγου* iſt dagegen die Bildung des Verhältniſſes a : a — b (el. V. def. 15, 16, 17). Als beſondere Bezeichnung hat Euklid noch den Ausdruck *δι᾽ ἴσου λόγος*, Verhältniß des getrennt Gleichen für den Fall, daß in zwei an Gliederzahl gleichen Reihen von Größen, welche zu je zweien in dem nämlichen Verhältniß genommen werden, das Verhältniß der erſten zur letzten das nämliche iſt (*λῆψις τῶν ἄκρων καθ᾽ ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων*).

Digitized by Google

Wenn in zwei, vom Kleineren zum Größeren, oder vom Größeren zum Kleineren fortschreitenden Zahlenreihen je zwei gleichstellige Glieder immer einerlei Verhältniß haben, so findet nach Euklid eine *ἀναλογία τεταγμένη*, geordnete Gleichverhaltung, statt (el. V. def. 19.), z. B.

2 4 6 8 10 16
3 6 9 12 15 24;

wenn dagegen die vorwärts auf einander folgenden Verhältnisse der einen Reihe successiv den rückwärts genommenen der anderen Reihe gleich sind, so hat man eine *ἀναλογία τεταραγμένη*, zerstreute Gleichverhaltung (el. V. def. 20.), wie

1 2 3 4 5 6
10 12 15 20 30 60;

denn hier muß die zweite Reihe zerstückelt werden, um die nämliche Folge der Verhältnisse, welche die erste zeigt, herzustellen, also

1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6
30 : 60
20 : 30
15 : 20
12 : 15
10 : 12.

Nur die erste Art läßt sich nach unserer Weise in Form einer continuirlichen Proportion schreiben:

2 : 4 : 6 : 8 : 10 : 16 = 3 : 6 : 9 : 12 : 15 : 24.

Für die stetige und getrennte Proportion hat Euklid noch keine besonderen Namen; stetig proportionirte Zahlen nennt er stets *ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον*, el. VIII., pr. 1, seq.; IX., pr. 8, seq., und wenn zwischen zwei gegebene Zahlen mehrere mittlere Proportionalzahlen fallen, so nennt er diese *κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον*, wie el. VIII., prop. 8, 9, 10. Nikomachus nennt die stetige Proportion *συνημμένη* und die getrennte *διεζευγμένη*; bei Späteren heißt auch die stetige Proportion *ἀναλογία συνεχής*, die getrennte *διεχὴς* oder *διῃρημένη*; die Glieder der Proportion werden von Nikomachus und den späteren Arithmetikern *ὅροι* genannt. Eine Unterscheidung zwischen Proportion und Progression durch besondere Namen wird, wie schon obige Beispiele zeigen, nicht gemacht.

Bei Nikomachus intr. II., 22 wird übrigens das Wort *ἀναλογία* auch auf andere

Digitized by Google

Arten von Gleichverhaltungen ausgedehnt, und es werden als älteste bereits Pythagoras, Plato und Aristoteles bekannte Analogien die *ἀριθμητική*, *γεωμετρική*, *ἁρμονική*, also die arithmetische, geometrische und harmonische Proportion genannt, denen noch drei ohne besondere Namen entgegengesetzt und von Späteren auch noch vier weitere hinzugefügt worden seien. Der allgemeine Name aller dieser Gleichverhaltungen ist aber das weiterhin auch von Nikomachus gebrauchte Wort *μεσότης*, von den lateinischen Mathematikern medietas, Mittelheit, genannt, indem es sich hier überall um die Einschaltung von einer (stetige Proportion) oder zwei (getrennte Proportion) Mittelgrößen zwischen zwei äußere nach einem bestimmten Beziehungsgesetze handelt. Obschon demnach die *ἀναλογία* nur eine besondere Art *μεσοτης*, nämlich die *γεωμετρικὴ μεσότης* ist, so ist doch eine so strenge Scheidung beider Namen nicht aufrecht erhalten worden, nur das hat man festgehalten, unter *ἀναλογία* ohne Zusatz nach euklidischem Sprachgebrauche immer nur die geometrische Proportion zu verstehen.

Schließlich mag noch bemerkt werden, daß Nikomachus intr. II., 29 diejenige Proportion, in welcher arithmetische, geometrische und harmonische Verhältnisse zugleich vorkommen, die vollkommenste, *μεσότης τελειοτάτη*, nennt. Sucht man nämlich zu zwei gegebenen Zahlen a und b das arithmetische Mittel = x, und das harmonische Mittel = y, also:

$$a - x = x - b \quad \text{und} \quad a - y : y - b = a : b, \text{ so ist:}$$

$$x = \frac{a + b}{2} \quad \text{und} \quad y = \frac{2ab}{a + b}; \quad \text{folglich}$$

$$xy = \frac{a + b}{2} \cdot \frac{2ab}{a + b} = ab; \text{ mithin}$$

$$a : x = y : b.$$

Es bilden also das arithmetische und harmonische Mittel zweier Zahlen als innere Glieder mit diesen zusammen als äußere Glieder immer eine geometrische Proportion. Die *μεσότης τελειοτάτη* ist demnach eine getrennte geometrische Proportion, in welcher das erste, zweite und vierte Glied zugleich eine stetige arithmetische, und das erste, dritte und vierte eine stetige harmonische Proportion bilden, z. B.

$$12 : 9 = 8 : 6 \quad \text{oder}$$
$$1 : \tfrac{3}{4} = \tfrac{2}{3} : \tfrac{1}{2},$$

welche Zahlen in der Akustik bekanntlich das Verhältniß der Seitenlängen des Grundtones, der Quarte, Quinte und Octave ausdrücken, weshalb diese Proportion von Jamblichus auch *μουσική* genannt wird.

Digitized by Google

Schulnachrichten.

Uebersicht des Lehrplans für das Schuljahr 1873—1874.

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
Prima. Ordinarius: **Doberenz.**	Religion: Lectüre des Evang. Johannis und des Römerbriefs im Urtext	2	Heyn.
	Deutsch: Literaturgeschichte, erster Theil. Lectüre aus Hennebergers Lesebuche. Correctur der Aufsätze. Vorträge	3	Rittweger.
	Themata zu den deutschen Aufsätzen in Prima: 1) Inwiefern erklärt Wallensteins Lager Wallensteins Verbrechen? 2) Was gelten soll, muß wirken und muß dienen. 3) Herrenlos ist auch der Freiste nicht. 4) Justum est bellum, quibus necessarium, et pia arma, quibus nulla nisi in armis relinquitur spes. Liv. IX, 1. 5) Lust und Liebe sind die Fittige zu großen Thaten. 6) Wissen ist Macht. 7) Hat man mit Recht das Nibelungenlied die deutsche Ilias genannt?		
	Lateinisch: Horat. Od. libb. 1 und 3. Satir. I, 4, 5, 6, 7. Epist. I, 8, 10, 19, 20. Cic. de officiis lib. I. Tacit. Annal. libb. 3, 4, 5, 6 und 13 mit Auswahl. Ohne verlangte Präparation wurden Abschnitte aus Cicero's 3. Buche über die Pflichten und den Annalen des Tacitus gelesen	5	Doberenz.
	Mündliches Ueoersetzen aus Süpfle und Declamation memorirter Stellen	1	"

Digitized by Google

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
	Correctur der Aufsätze und Exercitien . . .	2	Doberenz.
	Themata zu den lateinischen Aufsätzen: Quae insint in tertio libro Iliadis humanitatis exempla. Achilles et Priamus (Il. lib. 24.) Orationibus Philippicis Demosthenis demonstratur, qualis fuerit Demosthenes, quales fuerint Athenienses, qualis denique Philippus. De bello a Romanis contra Pyrrhum gesto.		
	Privatim lasen die Primaner: die erste Abtheilung Livius, Cicero, Tacitus; die zweite Abtheilung die Ilias.		
	Griechisch: Hom. Il. libb. 3 und 4. Sophocl. Electra. Demosth. Philipp. 1—3. Ohne verlangte Präparation wurden das 24. Buch der Ilias und Abschnitte aus andern Büchern der Ilias und den Olynthischen Reden des Demosthenes gelesen.	4	"
	Extemporalien	1	"
	Französisch: Mignet, vie de Franklin (Göbels Bibliothek, Bd. XXXI), Chap. I—VIII. Sprechübungen, namentlich im Anschluß an die Lectüre. Exercitien und Extemporalien. Repet. d. Syntax nach Hungers Grammatik	2	Hunger.
	Hebräisch: Lectüre historischer Abschnitte aus den Büchern Samuelis und der Könige und ausgewählter Psalmen.	2	Heyn.
	Mathematik: 1) Stereometrie, ausführliche Repetition und Erweiterung des in Secunda behandelten ersten Theiles; sodann als zweiter Theil die gekrümmten Flächen und krummflächigen Körper. 2) Schwierigere Gleichungen 1. und 2. Grades. Unbestimmte Analytik. Kettenbrüche	3	Hunger.
	Physik: Akustik, Optik, Wärmelehre	2	"
	Geschichte: Mittlere und neuere Geschichte . . .	3	Rittweger.
Secunda.	Religion: Kirchengeschichte	2	Heyn.
Ordinarius: Professor **Rittweger.**	Deutsch: Lectüre lyrischer Gedichte von Schiller, des Don Carlos und der Jungfrau von Orleans. Declamation. Vorträge. Correctur der Aufsätze . .	2	"
	Themata zu den deutschen Aufsätzen in Secunda: 1) Wahrheit ist ein selten Kraut, Seltner noch, wer sie verdaut. 2) Bücher, welche nur unterhalten, sind falsche Freunde der Jugend.		

Digitized by Google

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
	3) Wie zeigten sich die Römer in den Kriegen gegen die Samniter und Latiner? 4) Die Schlange, die das Herz vergiftet, Die Zwietracht und Verderben stiftet, Das ist der widerspenst'ge Geist, Der gegen Zucht sich frech empöret. 5) Ist es wahr, daß Philipp im Carlos mehr als ein bemitleidenswerther Mensch, denn als ein verächtlicher Tyrann erscheint? 6) Wodurch erregt Marquis Posa das Interesse des Königs Philipp?		
	Lateinisch: Gelesen wurden ausgewählte Partieen aus Livius, Buch VII—X, Cicero's Reden gegen Catilina, das 5. und 9. Buch von Vergils Aeneis. Correctur der Exercitien und Extemporalien. Repetition der Syntax nach Seyffert	8	Rittweger.
	Griechisch: Gelesen: Plutarch, Agis und Kleomenes; Herodot, Buch VIII, 140 — Buch IX, 82; Homers Odyssee, Buch IX—XIII. Repetition der Formenlehre; Syntax nach Curtius. Correctur der Extemporalien. Die Privatlectüre in Secunda erstreckte sich auf Cäsars comm. de bell. civ. und Homers Odyssee.	6	"
	Französisch: Souvestre, Au coin du feu (Göbels Bibliothek Bd. XXXIII), p. 1—64. Sprechübungen, im Anschluß an die Lectüre. Exercitien und Extemporalien. Repetition der Formenlehre und eingehendere Behandlung mehrerer Abschnitte der Syntax nach Hungers Grammatik	2	Hunger.
	Hebräisch: Formenlehre nach Gesenius' Grammatik. Lectüre und Analyse verschiedener Abschnitte aus dem Lesebuche von Gesenius	2	Heyn.
	Mathematik: 1) Aehnlichkeit und Kreisrechnung. Der Stereometrie erster Theil: Lagenverhältnisse. 2) Allgemeine Theorie der Gleichungen ersten und zweiten Grades. Potenzen, Wurzeln, Logarithmen . .	4	Hunger.
	Physik: Die wichtigsten Erscheinungen auf dem Gebiete der Chemie. Magnetismus und Electricität . .	2	"
	Geschichte: Allgemeine Geschichte des Mittelalters und der Neuzeit, die englische specieller . . .	2	Grobe.

Digitized by Google

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
Tertia. Ordinarius: Professor **Keßler.**	Religion: Combinirt mit Secunda	2	Heyn.
	Deutsch: Lectüre und Erklärung poetischer Stücke aus Echtermeyer und prosaischer aus Hiecke. Uhlands Herzog Ernst von Schwaben. Uebungen im Deklamiren. Wortbildungslehre. Correctur der Aufsätze	2	Grobe.
	Lateinisch: Ovid's Metamorphosen mit Auswahl. Caes. de b. g. V—VII. Syntax nach Seyfferts Grammatik. Uebungen im mündlichen Uebersetzen nach Schaubachs Beispielsammlung. Wöchentliche Exercitien. Extemporalien	7	Doberenz. Keßler.
	Griechisch: Xen. An. III. und IV. Formenlehre und Syntax nach der Grammatik von Curtius. Wöchentliche Exercitien. Extemporalien	6	"
	Französisch: Galland, histoire d'Aladdin (Göbels Bibliothek, Bd. VI). Formenlehre nach Hungers Grammatik. Wöchentliche Exercitien; hin und wieder Extemporalien	2	Hunger.
	Mathematik: 1) Der Planimetrie 2. Theil: Flächenvergleichung, Aehnlichkeit, Kreisrechnung. 2) Die vier Grundoperationen mit absoluten und algebraischen Zahlen. Maß der Zahlen, Verhältnisse und Proportionen. Decimalbrüche. Leichte Gleichungen ersten Grades	4	"
	Geschichte: Das Alterthum	3	Grobe.
Quarta. Ordinarius: Professor **Dr. Heyn.**	Religion: Glaubens- und Sittenlehre nach Luthers Katechismus von Dr. Weidemann. Memoriren von Kirchenliedern und Bibelstellen. Festlehre. Lectüre ausgewählter histor. Abschnitte aus dem A. u. N. Testament	2	Heyn.
	Deutsch: Correctur der Aufsätze. Lehre vom zusammengesetzten Satz. Erklärung und Declamation von Gedichten aus Echtermeyers Auswahl. Lectüre aus Hiecke's deutschem Lesebuch	3	Ausfeld.
	Lateinisch: Lectüre des Tirocinium poeticum von Siebelis	2	Doberenz.
	Syntax und Formenlehre nach Ellendt's Grammatik von Seyffert. Wöchentliche Exercitien. Extemporalien. Mündliches Uebersetzen ins Lateinische aus Schaubachs Beispielsammlung. Lectüre aus Wellers Livius'schem Lesebuche	7	Heyn.

Digitized by Google

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
	Griechisch: Formenlehre nach Siebelis. Correctur der Extemporalien und Exercitien. Lectüre aus Jacobs' Elementarbuch	6	Hörnlein.
	Französisch: Plötz, Elementargrammatik, Cursus für Quarta. Correctur der Exercitien und Extemporalien.	2	Ausfeld.
	Geometrie: 1. Abtheilung: Erster Theil der Planimetrie: Geradlinige Planimetrie mit Ausschluß der Flächenvergleichung und Aehnlichkeit . . .	2	Heyn.
	II. Abtheilung: Einführung in die geometrischen Anschauungen. Elemente der Planimetrie bis zur Congruenz	2	"
	Rechnen: Ordn. I.: Wiederholungsaufgaben aller vorhergegangenen Rechnungsarten; leichtere algebraische Aufgaben	1	Töpfer.
	Ordn. II.: Regel de tri, Zins-, Gesellschafts-, Vermischungs- und Kettenrechnungen. Kopfrechnen .	2	"
	Geschichte: Deutsche, bis zur Gegenwart . . .	2	Grobe.
	Geographie: Ordn. II.: Die außereuropäischen Länder. Versuche im Kartenzeichnen	3	"
	Naturgeschichte: Ordn. II.: Im Sommer Botanik nach Leunis, im Winter Mineralogie nach Schilling	2	Keßler.
	Schreiben: (Ordn. I und II comb.) Fortgesetzte Uebung	1	Töpfer.
Quinta. Ordinarius: Gymnasiallehrer **Dr. Grobe.**	Religion: Einiges aus der biblischen Geschichte des neuen Testaments; Erklärung des 1. und 2. Hauptstücks nach Weidemanns Katechismus; Memoriren von Bibelsprüchen und Kirchenliedern	2	Keßler.
	Deutsch: Lectüre aus dem Thüringer Kinderfreund und Echtermeyers Gedichtsammlung. Satzlehre. Declamation. Aufsätze und orthographische Uebungen.	3	Grobe.
	Lateinisch: Die Hauptregeln der Syntax, Repetition und Erweiterung der Formenlehre nach Ellendt-Seyffert. Wellers Herodot Abschn. I—X. Wöchentliche Exercitien, mündliche und schriftliche Extemporalien, Versionen und Reversionen	9	"
	Französisch: Plötz, Elementargrammatik, Cursus für Quinta; Correctur der Exercitien und Extemporalien.	3	Ausfeld.
	Rechnen: Die vier Species in gemeinen und Decimalbrüchen. Kopfrechnen	3	Töpfer.
	Geschichte: Allgem. Uebersicht der Geschichte von der ältesten Zeit bis zum Ende des 30jähr. Krieges, nach Welter.	2	Hörnlein.

Digitized by Google

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
	Geographie: Europa, nach Seidlitz' kleiner Schulgeographie	2	Hörnlein.
	Naturgeschichte: Im Sommer Botanik nach Leunis, im Winter Zoologie nach Schilling	2	Keßler.
	Schreiben: Henze's Schönschreibehefte für Schulen.	2	Töpfer.
Sexta. Ordinarius: Gymnasiallehrer **Ausfeld.**	Religion: Biblische Geschichte des Alten und Neuen Testaments nach Köhlers Lehrbuch; Erklärung und Memoriren von Kirchenliedern, Bibelsprüchen und des ersten Hauptstücks, sowie Memoriren des zweiten nach Weidemanns Katechismus	3	Ausfeld.
	Deutsch: Wort- und Satzlehre. Declamation von Gedichten aus Echtermeyers Auswahl. Leseübungen mit Erklärung von Stücken in dem Thüringischen Kinderfreunde; mündliche Wiedererzählungen. Correctur der orthographischen Uebungen und Aufsätze	4	"
	Lateinisch: Einübung der Formenlehre und einiger syntaktischer Regeln nach Hennebergers Elementarbuch. Lectüre aus demselben; regelmäßige mündliche und schriftliche Uebersetzungen in's Lateinische	9	"
	Rechnen: Die vier Species in unbenannten und benannten ganzen Zahlen. Vorübungen zum Bruchrechnen. Kopfrechnen	4	Töpfer.
	Geographie: Uebersicht der Erdtheile nach Seidlitz' kleiner Schulgeographie I. Cursus	2	Hörnlein.
	Naturgeschichte: Im Sommer Botanik nach Leunis, im Winter Zoologie nach Schilling	3	Keßler.
	Schreiben: Henze's Schönschreibehefte für Schulen.	3	Töpfer.
	Zeichnen:		
	1. Abtheilung: Die Elemente der Formenlehre: Linien in verschiedenen Richtungen, Maßen und Verbindungen	2	Baumann.
	2. Abtheilung: Die ersten Elemente des perspectivischen Zeichnens. Zeichnen nach Holzkörpern. Freihandzeichnen nach Vorlegeblättern; ausgeführteren Landschaften	2	"
	3. Abtheilung: Weitere Entwickelung der Perspective. Zeichnen nach Körpern in mannigfach wechselnder näherer und entfernterer Stellung. Lehre vom Verschwindungspunkt. Formenzeichnen. Freihandzeichnen nach Vorlegeblättern, aus-		

Digitized by Google

Name der Classe und des Ordinarius.	Lehrgegenstände.	Wöchentliche Stundenzahl.	Namen der Lehrer.
	geführteren Köpfen und Landschaften. Aufnahmen nach der Natur	2	Baumann.
	Gesang: 3. Singklasse: Fortlaufende melodische, rhythmische und dynamische Elementar- und Stimmübungen im Anschluß an Kotzolts Gesangschule für den Acapella-Gesang. Einübung der gebräuchlichsten Choralmelodien und ein- und zweistimmiger weltlicher Lieder mit besonderer Berücksichtigung des Volksliedes	2	Schneider.
	2. Singklasse: Fortgesetzte Elementar- und Stimmübungen. Befestigung der im Schulchoralbuche enthaltenen Melodien. Vorbereitende Uebungen zu den für den gemischten Chor bestimmten Gesängen	2	"
	1. Singklasse: Einübung ausgewählter Compositionen für Männerchor	1	"
	Die beiden ersten Singklassen bilden den gemischten Chor der Anstalt, mit welchem Compositionen weltlichen und geistlichen Inhalts älterer und neuerer Zeit eingeübt wurden . . .	1	"
	Turnen: Sommerhalbjahr: Der gesammte Cötus ist in 3 Abtheilungen getheilt worden, und zwar wurden comb. Kl. I und II — III und IV — V und VI. Jede Abtheilung wöchentlich 2 Stunden. Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. In der warmen Jahreszeit Baden mit vereinigtem Cötus		Töpfer.
	Englisch: Unterricht in der englischen Sprache ertheilte während des Sommersemesters in 2., während des Wintersemesters in 1. Abtheilung Prof. Dr. Hunger.		

Digitized by Google

Chronik.

Das Schuljahr 1873—1874 begann mit dem 21. April.
Im Lehrerkollegium ist eine Aenderung nicht eingetreten.

Im Laufe des Schuljahres wurden

A. aufgenommen 33 Schüler und zwar:

In Klasse I. 1) Richard Grünenthal aus Kottbus, 19 Jahre 9 Monate alt.
2) Leo Struck aus Kalau, 21 Jahre 1 Monat alt.
II. 3) Woldemar Zerrenner aus Coburg, 15 Jahre 2 Monate alt.
4) Felix Reinhardt aus Magdeburg, 17 Jahre 6 Monate alt.
5) Theodor Neumann aus Berlin, 18 Jahre 1 Monat alt.
III. 6) Ernst Rottenbach aus Nordheim, 14 Jahre 10 Monate alt.
7) Arthur Schumann aus Haffenhausen, 15 Jahre 7 Monate alt.
IV. 8) Julius Schmidt aus Steinach, 15 Jahre alt.
9) Hugo Voit aus Weitersroda, 14 Jahre alt.
10) Bernhard Liebermann aus Steinbach, 15 Jahre 2 Monate alt.
11) Karl Wertens aus Weißensee, 12 Jahre 8 Monate alt.
12) Hermann Hauck aus Riechheim, 15 Jahre 7 Monate alt.
13) Leonhardt Frauenberger aus Hildburghausen, 14 Jahre 4 Monate alt.
V. 14) Franz Meier aus Weitersroda, 10 Jahre 9 Monate alt.
15) Siegfried Steinmann aus Hildburghausen, 11 Jahre 6 Monate alt.
16) Curt Hohnbaum aus Rodach, 13 Jahre 9 Monate alt.
17) Franz Oppel aus Heldburg, 12 Jahre 2 Monate alt.
18) Arthur Keyßner aus Neuhaus, 9 Jahre 7 Monate alt.
19) Karl Keyßner aus Neuhaus, 11 Jahre 7 Monate alt.
VI. 20) Karl Fickel aus Birkenfeld, 9 Jahre 9 Monate alt.
21) Ludwig Heller aus Hildburghausen, 9 Jahre 8 Monate alt.
22) Heinrich Ahrens aus Hildburghausen, 9 Jahre 6 Monate alt.
23) Fritz Dressel aus Hildburghausen, 9 Jahre 9 Monate alt.
24) Otto Schubert aus Hildburghausen, 10 Jahre alt.
25) Otto Koch aus Berlin, 9 Jahre 11 Monate alt.
26) Paul Amend aus Hildburghausen, 10 Jahre 7 Monate alt.
27) Julius Bauer aus Hildburghausen, 10 Jahre 4 Monate alt.
28) Karl Liebmann aus Hildburghausen, 10 Jahre 11 Monate alt.
29) Edmund Hoffmann aus Hildburghausen, 10 Jahre 5 Monate alt.
30) Karl Schwesinger aus Hildburghausen, 11 Jahre alt.
31) Alexander Lommer aus Hildburghausen, 9 Jahre 9 Monate alt.
32) Max Scheller aus Heldrungen, 9 Jahre 10 Monate alt.
33) Julius Hochrein aus Hildburghausen, 12 Jahre 4 Monate alt.

B. entlassen:

a) Zur Universität mit dem Zeugniß der Reife:

Ernst Heyl aus Seldingstadt, 21 Jahre 4 Monate alt, Sohn des Pfarrers Karl Heyl zu Gellershausen. Er besuchte die Anstalt 8 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Chemie studiren.

Digitized by Google

Bernhard Schmidt aus Röblitz, 19 Jahre 3 Monate alt, Sohn des Feldjägers Andreas Schmidt zu Hildburghausen. Er besuchte die Anstalt 6 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Philologie studiren.

Otto Rommel aus Hildburghausen, 20 Jahre 2 Monate alt, Sohn des Geheimen Justizraths und Kreisgerichtsdirektors Eduard Rommel zu Hildburghausen. Er besuchte die Anstalt 11 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Soldat.

Rudolph Lommer aus Heldburg, 18 Jahre 10 Monate alt, Sohn des Appellationsgerichtsraths Horst Lommer zu Hildburghausen. Er besuchte die Anstalt 9 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Philologie studiren.

Heinrich Rückner aus Hildburghausen, 19 Jahre 8 Monate alt, Sohn des Kaufmanns Jacob Rückner zu Hildburghausen. Er besuchte die Anstalt 9 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Jura studiren.

Hermann Götting aus Willershausen, 19 Jahre 2 Monate alt, Sohn des verstorbenen Försters Hermann Götting zu Impfershausen. Er besuchte die Anstalt 9 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Jura studiren.

Ernst Ullrich aus Gräfenthal, 18 Jahre 4 Monate alt, Sohn des Pfarrers Georg Ullrich zu Oberstadt. Er besuchte die Anstalt 4 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Theologie studiren.

Friedrich Reinhardt aus Torgau, 23 Jahre 5 Monate alt, Sohn des Superintendent Friedrich Reinhardt zu Gollme bei Landsberg. Er besuchte die Anstalt 3 Jahre, war 2 Jahre in Prima und wird Theologie studiren.

Ferdinand Frank aus Schwallungen, 20 Jahre 8 Monate alt, Sohn des Lehrers Ali Frank zu Schwallungen. Er besuchte die Anstalt 2 Jahre und zwar die Prima derselben und wird Theologie studiren.

Rudolph Bock aus Stöben, 20 Jahre 7 Monate alt, Sohn des verstorbenen Gutsbesitzers Friedrich Bock zu Stöben. Er besuchte die Anstalt 1½ Jahr und zwar die Prima derselben, nachdem er vorher auf dem Gymnasium zu Naumburg gewesen war und zuletzt ½ Jahr der Prima dieser Anstalt angehört hatte. Er wird Medizin studiren.

Richard Grünenthal aus Kottbus, 20 Jahre 2 Monate alt, Sohn des Rathsbaumeisters Otto Grünenthal zu Kottbus. Er war seit Ostern 1864 bis Anfang September 1873 auf dem Gymnasium zu Kottbus und saß daselbst von Michaelis 1871 bis Michaelis 1873 in Prima. Seit dem 30. Oktober 1873 befand er sich in der Prima des hiesigen Gymnasiums und wird Medizin studiren.

Leo Struck aus Kalau, 21 Jahre 6 Monate alt, Sohn des Justizraths Theodor Struck zu Kottbus. Er war seit Michaeli 1862 Schüler des Gymnasiums zu Kottbus und seit Ostern 1872 bis Ende September 1873 Schüler der Prima daselbst. Seit dem 30. Oktober 1873 gehörte er der Prima des hiesigen Gymnasiums an und wird Medizin studiren.

b) Zu anderen Bestimmungen:

Aus Prima:

1) Paul Arnold aus Kamburg, 20 Jahre 3 Monate alt, wird Militär.

Aus Secunda:

2) Curt Koch aus Heubach, 16 Jahre 8 Monate alt, wird Ingenieur.
3) Emil Rückner aus Hildburghausen, 16 Jahre alt, wird Kaufmann.
4) Oscar Telgmann aus Piesau, 20 Jahre 9 Monate alt, wird Forstmann.
5) Hans Meyer aus Hildburghausen, 15 Jahre 8 Monate alt, auf die Landesschule Pforta.

Aus Quarta:

6) Hans Ludloff aus Neuhof, 17 Jahre alt, wird Oeconom.
7) Wilhelm Witter aus Eicha, 12 Jahre 2 Monate alt.
8) Wilhelm Scheider aus Hildburghausen, 14 Jahre 11 Monate alt, wird Buchhändler.
9) Karl Schüerholz aus Hildburghausen, 18 Jahre 3 Monate alt, wird Kaufmann.

Aus Quinta:

10) Karl Frühauf aus Rindermannshof, 11 Jahre 11 Monate alt, auf das Gymnasium in Schleusingen.

Digitized by Google

Die Gesammtzahl der Schüler am Schlusse des Schuljahres ist 139, welche in folgender Ordnung in den einzelnen Klassen sitzen:

Nr.	Name.	Alter. Jahre	Mon.	Geburtsort.	Stand des Vaters.
	Prima.				
1	Ernst Heyl	21	4	Seidingstadt	Pfarrer.
2	Bernhard Schmidt	19	3	Röblitz	Feldjäger.
3	Otto Rommel	20	2	Hildburghausen	Kreisgerichtsdirector u. Geh. Justizrath.
4	Rudolph Lommer	18	10	Heldburg	Appellationsgerichtsrath.
5	Heinrich Rückner	19	8	Hildburghausen	Kaufmann.
6	Hermann Götting	19	2	Hildburghausen	Kaufmann.
7	Ernst Ullrich	18	4	Gräfenthal	Pfarrer.
8	Friedrich Reinhard	23	5	Torgau	Superintendent.
9	Ferdinand Frank	20	8	Schwallungen	Lehrer.
10	Rudolph Bock	20	7	Stöben	Gutsbesitzer †.
11	Richard Grünenthal	20	2	Kottbus	Rathsbaumeister.
12	Leo Struck	21	6	Kottbus	Justizrath.
13	Otto Knopf	17	6	Hildburghausen	Dr. med.
14	Anton Deipser	20	—	Eisfeld	Tuchmacher.
15	Albert Strupp	17	10	Hildburghausen	Rechtsanwalt.
16	Karl Schlothauer	19	10	Salzungen	Kreisgerichtsdirector.
17	Hermann Köhler	20	4	Hildburghausen	Seminarlehrer.
18	Oskar Michaelis	20	2	Eisfeld	Rechtsanwalt.
	Secunda.				
19	Richard Berthot	17	7	Lauscha	Revierförster.
20	Philipp Krämer	18	4	Koburg	Lehrer.
21	Ludwig Nonne	17	1	Hildburghausen	Rechtsanwalt.
22	Ferdinand Schmidt	17	7	Lindenau	Landwirth.
23	Felix Hoffmann	17	9	Salzungen	Dr. med. u. Fabrikbesitzer.
24	Theodor Neumann	18	7	Berlin	Appellationsgerichtsrath.
25	Albin Ehrhardt	17	—	Hildburghausen	Seminarlehrer.
26	Rudolph Jacobs	16	5	Hildburghausen	Oberappellationsgerichtsrath.
27	Adolph Schneider	16	4	Hildburghausen	Lehrer.
28	Hermann Lommer	16	7	Heldburg	Appellationsgerichtsrath.
29	Heinrich Seifert	17	6	Heßberg	Müller.
30	Friedrich Ludloff	16	10	Neuhof	Gutspachter.
31	Karl Laurich	18	9	Hildburghausen	Postmeister
32	Friedrich Fichtner	16	9	Veilsdorf	Fabriksbesitzer.
33	Karl Rittweger	15	—	Hildburghausen	Professor.
34	Karl Gerhardt	18	4	Bedheim	Lehrer.
35	Alfred Hohnbaum	16	8	Rodach	Posthalter.
36	Max Grämer	17	9	Meschenbach	Lehrer.
37	Max Nonne	15	11	Hildburghausen	Rechtsanwalt.
38	Rudolph Nonne	15	11	Hildburghausen	Buchhändler.
39	Hugo v. Lilienstern	16	4	Eisfeld	Justizrath.

Digitized by Google

Nr.	Name.	Alter. Jahre	Mon.	Geburtsort.	Stand des Vaters.
40	Rudolph Dahinten	16	9	Pfersdorf	Pfarrer.
41	Heinrich Sontag	16	8	Geiersthal	Fabrikbesitzer.
42	Wilhelm Lorbach	17	2	Themar	Pfarrer †.
43	Bernhard Deipser	17	9	Eisfeld	Tuchmacher.
44	Albin Schubart	16	4	Eisfeld	Metzger.
45	Woldemar Zerrenner	16	1	Koburg	Regierungs- u. Bergrath.
46	Felix Reinhard	18	5	Magdeburg	Dr. phil. u. Realschul- u. Progymnasiallehrer.
	Tertia.				
47	Leopold Trautmann	17	4	Pößneck	Kaufmann †.
48	Hugo Mehler	16	9	Leipzig	Bahnhofsinspector.
49	Max Bösemann	15	6	Igelshieb	Seminarlehrer.
50	Oskar Knopf	14	9	Hildburghausen	Dr. med.
51	Karl Fischer	16	6	Hildburghausen	Tuchmacher.
52	Arthur Scheller	15	2	Hildburghausen	Großhändler.
53	Hugo Topf	14	—	Gräfenthal	Pfarrer.
54	Bernhard Simon	14	7	Hildburghausen	Fabrikbesitzer.
55	Otto Nottnagel	16	3	Hildburghausen	Bürgermeister.
56	Ernst Müller	14	11	Kloster-Veilsdorf	Oberförster.
57	Ernst Rottenbach	15	9	Nordheim	Pfarrer †.
58	Hermann Voit	15	11	Kolberg	Schultheiß.
59	Arthur Schumann	16	6	Haffenhausen	Rentier.
	Quarta.				
	Erste Abtheilung.				
60	Julius Witter	14	7	Eicha	Pfarrer.
61	Erich Keyßner	16	5	Heldburg	Pfarrer.
62	Rudolph Keyßner	14	10	Heldburg	Pfarrer.
63	Karl Marr	14	2	Hildburghausen	Gastgeber †.
64	Arthur Heilingloh	15	3	Eisfeld	Rechnungsrevisor.
65	Arndt Meyer	14	4	Hildburghausen	Besitzer d. bibliogr. Instituts.
66	Gustav Grobe	12	11	Saalfeld	Dr. phil. u. Gymnasiallehrer.
67	Armin Heymann	15	—	Hildburghausen	Gastgeber.
68	Edwin Schüerholz	16	2	Hildburghausen	Kaufmann.
69	Ernst Kalbe	14	7	Schmiedefeld	Pfarrer.
70	Max Mehler	15	7	Leipzig	Bahnhofsinspector.
71	Robert Scheller	13	11	Heldrungen	Großhändler.
72	Oskar Rost	15	4	Ettenhausen	Bahnmeister.
73	Ernst Götting	14	1	Hildburghausen	Kaufmann.
74	Max Seligmann	14	—	Gleicherwiesen	Großhändler.
75	Julius Schmidt	16	—	Steinach	Kaufmann.
76	Hugo Voit	14	11	Weitersroda	Pfarrer.
77	Bernhard Liebermann	15	8	Steinbach	Schultheiß.
78	Max Rückert	15	—	Ernstthal	Lehrer †.
79	Hermann Hauck	16	—	Riechheim	Pfarrer.
80	Karl Wertens	13	4	Weißensee	Kreisbaumeister.

Digitized by Google

Nr.	Name.	Alter. Jahre	Mon.	Geburtsort.	Stand des Vaters.
	Zweite Abtheilung.				
81	Guido Hamm	15	6	Serrfeld	Lehrer.
82	Paul Knopf	12	7	Hildburghausen	Dr. med.
83	Walter Bornmüller	12	7	Hildburghausen	Literat.
84	Edmund Schmidt	14	4	Unterwellenborn	Feldjäger.
85	Albert Rost	13	3	Ettenhausen	Bahnmeister.
86	August Höhn	15	8	Hildburghausen	Müller.
87	Karl Klein	13	9	Hildburghausen	Barbier.
88	Karl Gehring	12	7	Hildburghausen	Brauereibesitzer.
89	Max Dressel	14	6	Hildburghausen	Schuldiener.
90	Paul Dressel	13	8	Hildburghausen	Kaufmann.
91	Karl Hochrein	12	11	Hildburghausen	Kaufmann.
92	Karl Panse	12	9	Heßberg	Braumeister.
93	Leonhard Frauenberger	15	3	Hildburghausen	Müller.
94	Johannes Bräutigam	12	10	Hildburghausen	Registrator.
	Quinta.				
95	August Trautschel	13	9	Hildburghausen	Schmied †.
96	Karl Koch	13	5	Berlin	Postdirector.
97	Oskar Dressel	12	8	Hildburghausen	Buchbinder
98	Hans Nonne	11	5	Annaberg	Buchhändler
99	Siegfried Steinmann	12	5	Hildburghausen	Kaufmann †.
100	Curt Hohnbaum	14	8	Rodach	Posthalter.
101	Richard Simon	11	5	Hildburghausen	Fabrikbesitzer.
102	Georg Thein	13	4	Heßberg	Maurer.
103	Rudolph Panse	13	7	Heßberg	Braumeister.
104	Karl Beltz	12	—	Maßbach	Oeconom †.
105	Reinhold Mehler	12	10	Hildburghausen	Bahnhofsinspector.
106	Hermann Ahrens	14	—	Leipzig	Kupferstecher.
107	Julius Beltz	14	3	Maßbach	Oeconom †.
108	Hermann Schwesinger	13	9	Hildburghausen	Controleur.
109	Christian Bähr	13	7	Hildburghausen	Schneider.
110	Ludwig Schönewolf	11	4	Hildburghausen	Kantor.
111	Franz Meier	11	7	Weitersroda	Schuhmacher.
112	Karl Amend	13	8	Hildburghausen	Kaufmann.
113	Georg Baumann	11	10	Hildburghausen	Zeichenlehrer.
114	Franz Oppel	13	1	Heldburg	Oeconom.
115	Arthur Keyßner	10	7	Neuhaus	Dr. med.
116	Joseph Bornmüller	11	3	Hildburghausen	Literat.
117	Victor Bösemann	13	11	Igelshieb	Seminarlehrer.
118	Karl Keyßner	12	6	Neuhaus	Dr. med.
	Sexta.				
119	Wilhelm Götting	12	2	Hildburghausen	Kaufmann.
120	Ernst Bauer	13	2	Hildburghausen	Wirth.
121	Ludwig Heller	10	8	Hildburghausen	Kaufmann.
122	Alexander Lommer	10	9	Hildburghausen	Appellationsgerichtsrath.
123	Gotthelf Kost	11	6	Hildburghausen	Rechtsanwalt †.

Digitized by Google

Nr.	Name.	Alter. Jahre	Mon.	Geburtsort.	Stand des Vaters.
124	Otto Schubert	11	—	Hildburghausen	Buchhalter †.
125	Julius Krech	11	5	Hildburghausen	Gerber.
126	Karl Dreſſel	12	1	Hildburghausen	Kaufmann.
127	Louis Krech	13	2	Hildburghausen	Gerber.
128	Fritz Dreſſel	10	8	Hildburghausen	Maſchinenbauer †.
129	Edmund Hoffmann	11	4	Hildburghausen	Gaſtgeber †.
130	Heinrich Ahrens	10	5	Hildburghausen	Kupferſtecher
131	Karl Schweſinger	12	—	Hildburghausen	Controleur.
132	Max Scheller	10	9	Heldrungen	Großhändler.
133	Karl Liebmann	11	10	Hildburghausen	Kanzleibote.
134	Rudolph Amberg	11	9	Hildburghausen	Kaufmann.
135	Karl Fickel	10	9	Birkenfeld	Lehrer.
136	Julius Bauer	11	3	Hildburghausen	Kanzleibote.
137	Otto Koch	10	11	Berlin	Poſtdirector.
138	Paul Amend	11	7	Hildburghausen	Kaufmann.
139	Julius Hochrein	13	4	Hildburghausen	Gaſtgeber.

Digitized by Google

Die Unterrichtsmittel wurden durch Verwendung der etatsmäßigen Summe vermehrt. Vermehrt wurde die Bibliothek noch durch Geschenke von mehreren Buchhandlungen, wofür wir denselben unsern Dank aussprechen. Besonderen Dank aber sind wir schuldig dem Besitzer der hiesigen Kesselring'schen Hofbuchhandlung, Herrn Johannes Nonne, und Herrn Buchhändler J. H. Meidinger in Berlin, welche dem Unterzeichneten einige Bücher zu Prämien für würdige Schüler zustellen ließen, und vor allen dem Besitzer des hiesigen bibliographischen Institus, Herrn H. Meyer, der zu gleichem Zwecke eine sehr reiche Bücherſendung, 50 Thlr. an Werth, dem Gymnasium auch in diesem Jahre überließ.

Das physikalische Cabinet wurde beschenkt von dem Primaner O. Knopf mit den von ihm selbst gefertigten Modellen der vier von Poinsot entdeckten sternförmigen regulären Körper.

Erlaß vom ganzen und halben Schulgeld erhielten mehrere Schüler. Die Empfänger der 5 Hennebergischen Stipendien, je eins mit 50 fl., waren die Primaner Bernhard Schmidt und Ernst Ullrich und die Secundaner Friedrich Fichtner, Ferdinand Schmidt und Karl Gerhardt; die Empfänger der 6 Eberhardt'schen Stipendien, je eins mit 25 fl., die Secundaner Wilhelm Lorbach, Albin Ehrhardt und Max Grämer, die Tertianer Max Bösemann und Ernst Rottenbach und der Quartaner Erich Keyßner.

Die Prämie aus der Habermann'schen Stiftung erhielt der Primaner Karl Horn und zwar die Römische Geschichte von Th. Mommsen; die Prämie aus der Reinhardtsstiftung wurde von dem Herrn Collator dem Primaner Bernhard Schmidt verliehen.

Der Erinnerungstag an den großen Krieg und Sieg, der 2. September, fiel in diesem Jahre noch in die Ferien. Die hier anwesenden Lehrer und Schüler betheiligten sich am Festgottesdienste und letztere auch an dem Fackelzuge, der am Abend statt fand.

Am 28. November gedachte in der Morgenandacht der Unterzeichnete des 100jährigen Geburtstags des früheren Directors Sickler.

Der 17. December, der Geburtstag Sr. Hoheit des Herzogs Bernhard, ward in herkömmlicher Weise gefeiert.

Des Geburtstags Sr. Majestät des Deutschen Kaisers wurde bereits am 21. März in dem Morgengebet gedacht.

Die dießjährige Prüfung, am 26. März, wird in folgender Weise stattfinden:

Donnerstag, den 26. März, von 8 Uhr an:

Klasse I. Religion, Herr Prof. Dr. Heyn.
„ II. Lateinisch, Herr Prof. Rittweger.
„ III. Mathematik, Herr Prof. Dr. Hunger.
„ III. Griechisch, Herr Prof. Keßler.
„ IV. Geschichte, Herr Dr. Grobe.

Nachmittags von 2—5:

„ IVa. Griechisch, Herr Hörnlein.
„ V. Lateinisch, Herr Dr. Grobe.
„ V. Geschichte, Herr Hörnlein.
„ VI. Lateinisch, Herr Ausfeld.
„ VI. Rechnen, Herr Töpfer.

Digitized by Google

Digitized by Google